**2024-2025学年浙江省绍兴市绍初教育集团九年级（上）月考数学试卷（10月份）**

**一、选择题：本大题有10个小题，每小题3分，共30分．**

1．（3分）下列事件中，是必然事件的是　　

A．购买一张彩票，中奖

B．任意画一个三角形，其内角和是

C．经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

D．射击运动员射击一次，命中靶心

2．（3分）下列四个点中，在抛物线上的点是　　

A． B． C． D．

3．（3分）对于二次函数的性质，下列描述正确的是　　

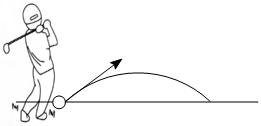
A．开口向下 B．对称轴是直线

C．当时，随的增大而增大 D．顶点坐标是

4．（3分）下列函数中，当时，随增大而增大的是　　

A． B． C． D．

5．（3分）如图，以的速度将小球沿与地面成角的方向击出时，小球的飞行路线将是一条抛物线．如果不考虑空气阻力，小球的飞行高度（单位：与飞行时间（单位：之间具有函数关系，下列对方程的两根与的解释正确的是　　



A．小球的飞行高度为时，小球飞行的时间是

B．小球飞行时飞行高度为，并将继续上升

C．小球从飞出到落地要用

D．小球的飞行高度可以达到

6．（3分）二次函数，，，为常数）的部分对应值列表如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 0 | 1 |  |
|  |  |  |  |  | 1 |  |

则代数式的值为　　

A．3 B．4 C．5 D．6

7．（3分）抛掷一枚质地均匀的硬币，若抛掷8次都是正面朝上，则抛掷第9次　　

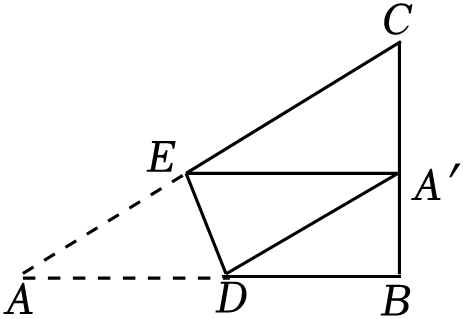
A．正面朝上的可能性大

B．反面朝上的可能性大

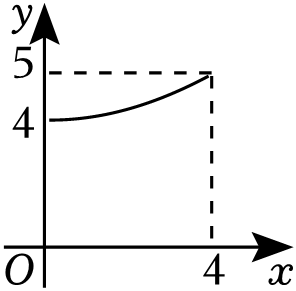
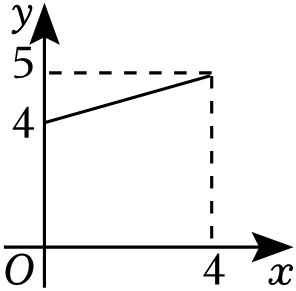
C．正面朝上与反面朝上的可能性一样大

D．无法确定

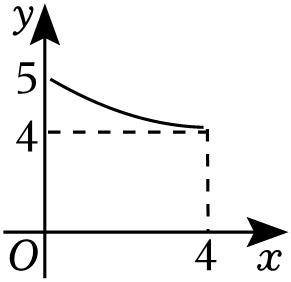
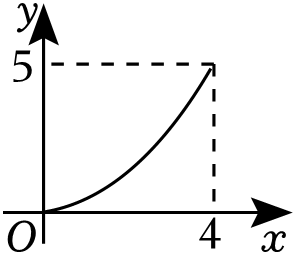
8．（3分）如图，在中，，，，将折叠，使点的对应点落在边上，折痕为．若的长为，的长为，那么与之间的关系图象大约是　　



A． B．



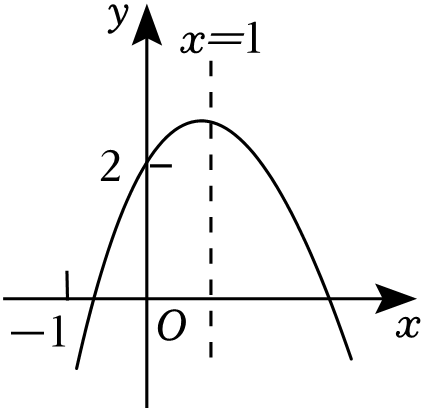
C． D．



9．（3分）对于每个非零自然数，抛物线与轴交于，两点，以表示这两点之间的距离，则的值是　　

A． B． C．1 D．

10．（3分）已知二次函数的图象如图所示，有下列4个结论：①；②；③；④关于的方程有四个根，且这四个根的和为4，其中正确的结论有　　



A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

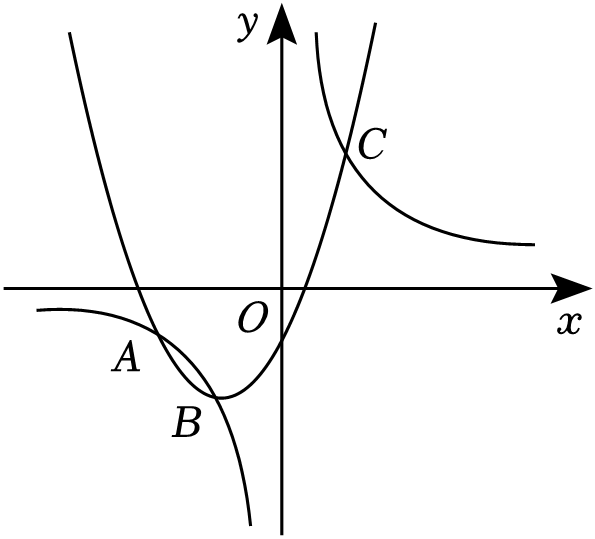
**二、填空题：本大题有6个小题，每小题3分，共18分．**

11．（3分）请写出一个开口向下二次函数表达式，使其图象的对称轴为轴：　　．

12．（3分）已知函数，当时，则的取值范围为 　　．

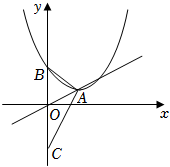
13．（3分）一个不透明的盒子中装有若干个红球和5个黑球，这些球除颜色外均相同．经多次摸球试验后发现，摸到黑球的频率稳定在0.25左右，则盒子中红球的个数约为 　　．

14．（3分）如图，已知抛物线，均不为与双曲线的图象相交于，，三点．则不等式的解是 　　．



15．（3分）已知函数的图象与坐标轴只有两个交点，则　　．

16．（3分）已知点是直线上一动点，以点为顶点的抛物线交轴于点，作点关于轴的对称点，连接、．若是直角三角形，则点的坐标为 　　．



**三、解答题：本大题有8个小题，共72分．**

17．根据下列条件求的取值范围：

（1）函数，当时，随的增大而减小，当时，随的增大而增大；

（2）函数有最大值；

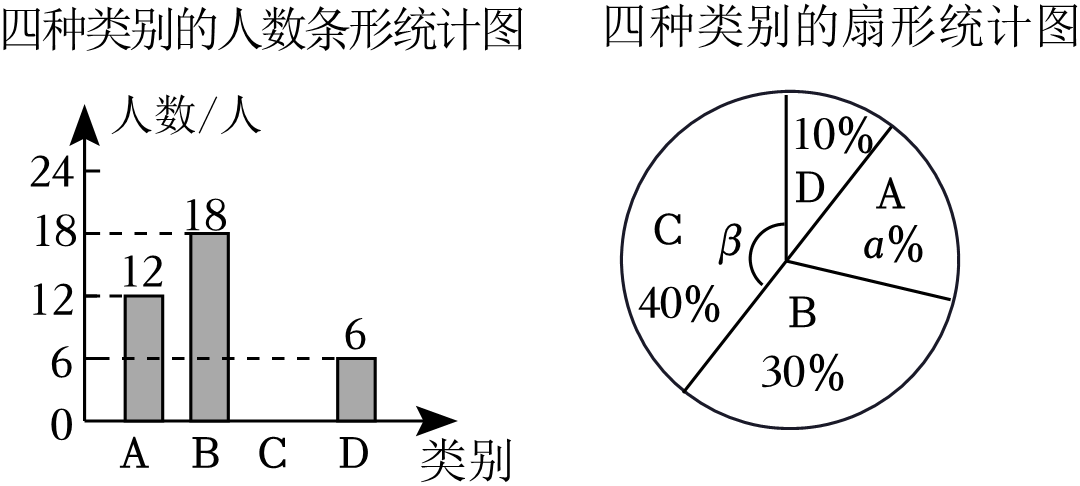
（3）函数的图象是开口向上的抛物线．

18．已知二次函数，过，在时取到最大值，且二次函数的图象与直线交于点．

（1）求这个二次函数解析式；

（2）求大于时，的取值范围．

19．高尔基说：“书，是人类进步的阶梯．”阅读可以启智增慧，拓展视野．为了解学生寒假阅读情况，开学初学校进行了问卷调查，并对部分学生假期天）的阅读总时间作了随机抽样分析，设被抽样的每位同学寒假阅读的总时间为（小时），阅读总时间分为四个类别：，，，，将分类结果制成两幅统计图（尚不完整）．根据以上信息，回答下列问题：



（1）请补全条形统计图；

（2）扇形统计图中的值为　　；

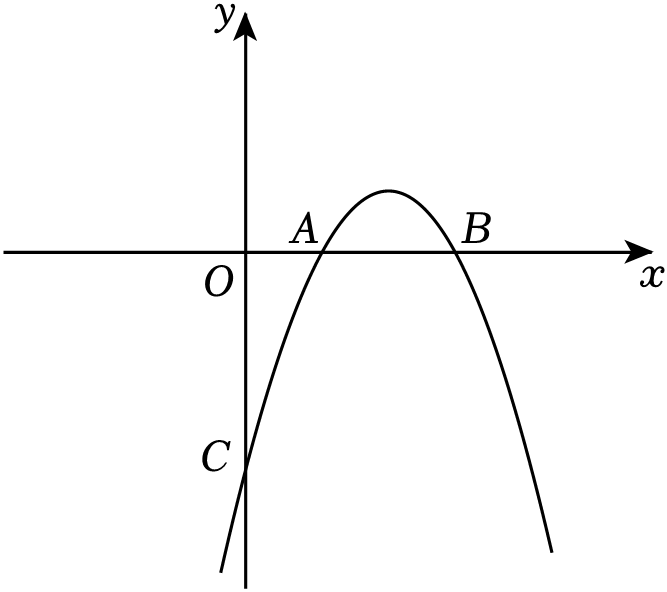
（3）若该校有2000名学生，估计寒假阅读总时间少于24小时的学生有多少名？

（4）政教处决定从本次调查阅读时长前四名学生甲、乙、丙、丁中，随机抽取2名同学参加该校“阅读之星”竞选，请用树状图或列表法求恰好选中甲和乙的概率．

20．已知抛物线与轴交于点，，且过点．

（1）求抛物线的解析式和顶点坐标；

（2）请写出两种一次平移的方法，使平移后抛物线的顶点落在直线上，并写出平移后相应的抛物线解析式．



21．为实施“乡村振兴”计划，某村产业合作社种植了“千亩桃园”．2022年该村桃子丰收，销售前对本地市场进行调查发现：当批发价为4千元吨时，每天可售出12吨，每吨涨1千元，每天销量将减少2吨，据测算，每吨平均投入成本2千元，为了抢占市场，薄利多销，该村产业合作社决定，批发价每吨不低于4千元，不高于5.5千元．请解答以下问题：

（1）求每天销量（吨与批发价（千元吨）之间的函数关系式，并直接写出自变量的取值范围；

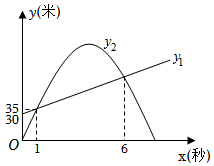
（2）当批发价定为多少时，每天所获利润最大？最大利润是多少？

22．科研人员为了研究弹射器的某项性能，利用无人机测量小钢球竖直向上运动的相关数据．无人机上升到离地面30米处开始保持匀速竖直上升，此时，在地面用弹射器（高度不计）竖直向上弹射一个小钢球（忽略空气阻力），在1秒时，它们距离地面都是35米，在6秒时，它们距离地面的高度也相同．其中无人机离地面高度（米与小钢球运动时间（秒之间的函数关系如图所示；小钢球离地面高度（米与它的运动时间（秒之间的函数关系如图中抛物线所示．

（1）直接写出与之间的函数关系式；

（2）求出与之间的函数关系式；

（3）小钢球弹射1秒后直至落地时，小钢球和无人机的高度差最大是多少米？

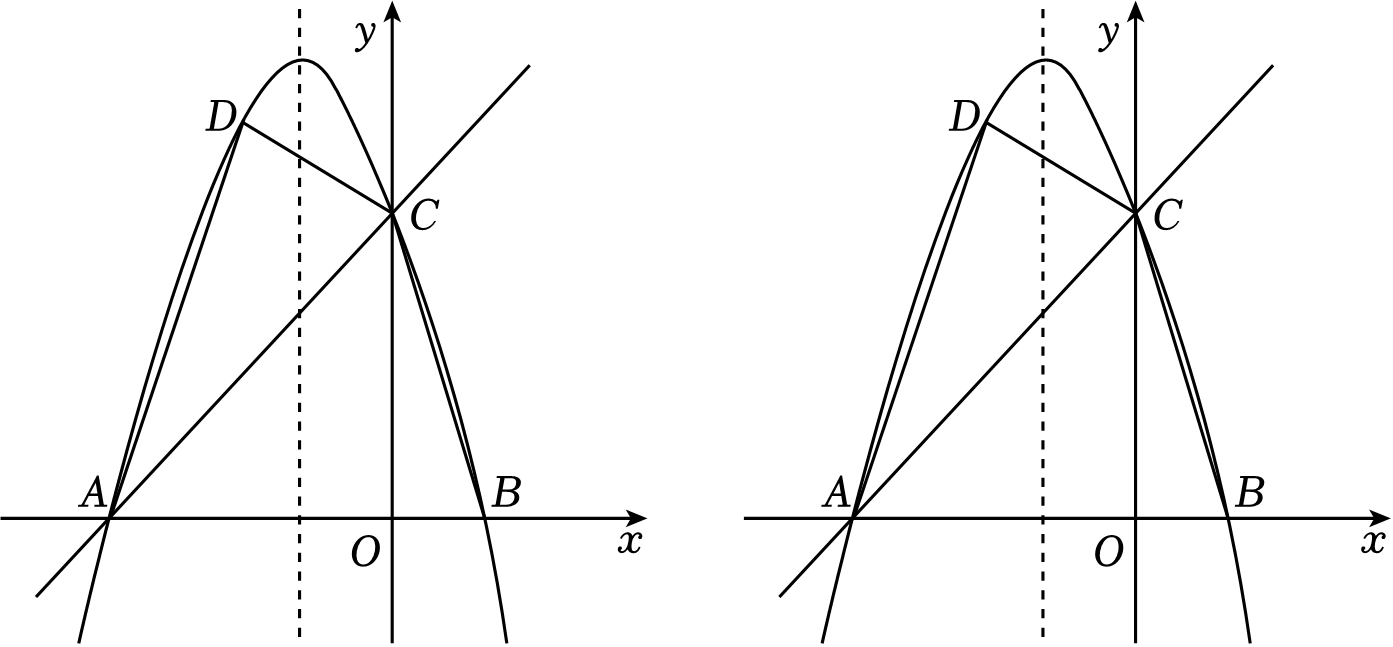


23．如图，已知直线与轴交于点，与轴交于点，抛物线经过，两点，且与轴的另一个交点为，对称轴为直线．

（1）求抛物线的表达式；

（2）是第二象限内抛物线上的动点，设点的横坐标为，求四边形面积的最大值及此时点的坐标；

（3）若点在抛物线对称轴上，是否存在点，，使以点，，，为顶点的四边形是以为对角线的菱形？若存在，请求出，两点的坐标；若不存在，请说明理由．



24．已知二次函数．

（1）当时，

①若该函数图象的对称轴为直线，且过点，求该函数的表达式；

②若方程有两个相等的实数根，求证：；

（2）若，已知点，点在平面直角坐标系中，当二次函数的图象与线段有交点时，求的取值范围．

**2024-2025学年浙江省绍兴市绍初教育集团九年级（上）月考数学试卷（10月份）**

**参考答案与试题解析**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 答案 | B | C | C | A | C | A | C | B | A | C |

**一、选择题：本大题有10个小题，每小题3分，共30分．**

1．（3分）下列事件中，是必然事件的是　　

A．购买一张彩票，中奖

B．任意画一个三角形，其内角和是

C．经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

D．射击运动员射击一次，命中靶心

【分析】根据必然事件、随机事件的意义进行判断即可．

【解答】解：购买一张彩票，可能中奖，也可能不中奖，因此选项不正确；

任意三角形的内角和都是，因此选项正确；

经过有交通信号灯的路口，可能遇到红灯，也可能遇到绿灯，因此选项不正确；

射击运动员射击一次，可能命中靶心，也可能命不中靶心，因此选项不正确；

故选：．

【点评】本题考查必然事件、随机事件的意义和判定方法，理解必然事件、随机事件的意义是正确判断的前提．

2．（3分）下列四个点中，在抛物线上的点是　　

A． B． C． D．

【分析】将四个选项中的坐标代入抛物线方程中，看两边是否相等，即可判断该点是否在抛物线上．

【解答】解：．把代入得，故点不在抛物线上．

．把代入得，故点不在抛物线上．

．把代入得，故点在抛物线上，

．把代入得，故点不在抛物线上．

故选：．

【点评】本题考查二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是熟练掌握二次函数的性质．

3．（3分）对于二次函数的性质，下列描述正确的是　　

A．开口向下 B．对称轴是直线

C．当时，随的增大而增大 D．顶点坐标是

【分析】根据二次函数解析式可得，该二次函数的图象开口向上，对称轴是直线，顶点坐标为，在对称轴的右侧，随的增大而增大，逐项判断即可．

【解答】解：．抛物线开口向上，故选项错误，不符合题意；

．抛物线对称轴是直线，故选项错误，不符合题意；

．时，随的增大而增大，故选项正确，符合题意；

．抛物线顶点坐标为，故选项错误，不符合题意，

故选：．

【点评】本题考查了二次函数图象的性质，掌握二次函数图象的性质是解题的关键．

4．（3分）下列函数中，当时，随增大而增大的是　　

A． B． C． D．

【分析】根据反比例函数的性质，一次函数及二次函数的性质对各选项进行逐一判断即可．

【解答】解：、函数中，，

函数图象的两个分支分别位于二四象限，当时，随增大而增大，符合题意；

、函数中，，

当时，随增大而减小，不符合题意；

、二次函数中，，对称轴，

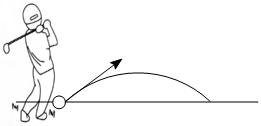
函数图象开口向上，当时，随增大而增大，不符合题意；

、直线不是函数，不符合题意．

故选：．

【点评】本题考查的是反比例函数的性质，一次函数及二次函数的性质，熟知以上知识是解题的关键．

5．（3分）如图，以的速度将小球沿与地面成角的方向击出时，小球的飞行路线将是一条抛物线．如果不考虑空气阻力，小球的飞行高度（单位：与飞行时间（单位：之间具有函数关系，下列对方程的两根与的解释正确的是　　



A．小球的飞行高度为时，小球飞行的时间是

B．小球飞行时飞行高度为，并将继续上升

C．小球从飞出到落地要用

D．小球的飞行高度可以达到

【分析】根据函数表达式，可以求出的两根，两根之差即为小球的飞行到落地的时间，求出函数的最大值，即为小球飞行的最大高度；然后根据方程的意义为时所用的时间，据此解答．

【解答】解：的两根与，即时所用的时间，

小球的飞行高度是时，小球的飞行时间是或，故错误；

，

对称轴直线为：，最大值为20，故错误；

时，，此时小球继续下降，故错误；

当时，，，

，

小球从飞出到落地要用，故正确．

故选：．

【点评】本题主要考查了二次函数的应用，本题较为简单，正确理解函数值的意义是本题解题的关键．

6．（3分）二次函数，，，为常数）的部分对应值列表如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | 0 | 1 |  |
|  |  |  |  |  | 1 |  |

则代数式的值为　　

A．3 B．4 C．5 D．6

【分析】由表格的数据可以看出，和时的值相同，所以可以判断出，点和点关于二次函数的对称轴对称，可求出对称轴；然后得到时的函数值等于时的函数值，即可求得，由抛物线经过点得到，即可求得．

【解答】解：和时的值相同都是，

点和点关于二次函数的对称轴对称，

对称轴为：，

点和点关于二次函数的对称轴对称，

时对应的函数值，

，

时，，

，

故选：．

【点评】本题考查了二次函数的性质，要求掌握二次函数的对称性，会利用表格中的数据规律找到对称点，确定对称轴，再利用对称轴求得对称点是解题的关键．

7．（3分）抛掷一枚质地均匀的硬币，若抛掷8次都是正面朝上，则抛掷第9次　　

A．正面朝上的可能性大

B．反面朝上的可能性大

C．正面朝上与反面朝上的可能性一样大

D．无法确定

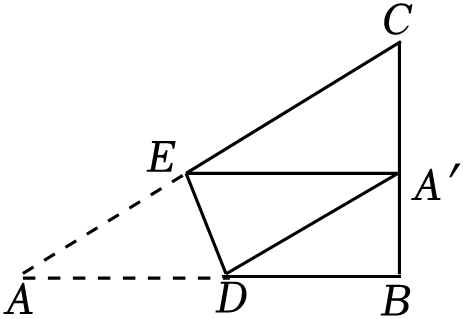
【分析】根据大量重复试验事件发生的频率接近事件发生的可能性的大小（概率），可得答案．

【解答】解：抛掷一枚质地均匀的硬币，若抛掷8次都是正面朝上，则抛掷第9次正面朝上与反面朝上的可能性一样大，

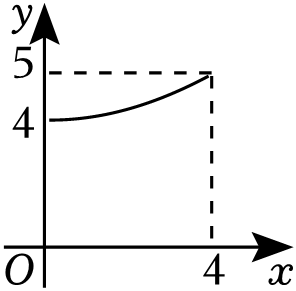
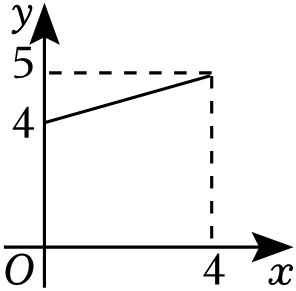
故选：．

【点评】本题考查了概率，熟知大量重复试验事件发生的频率接近事件发生的可能性的大小（概率）是解题的关键．

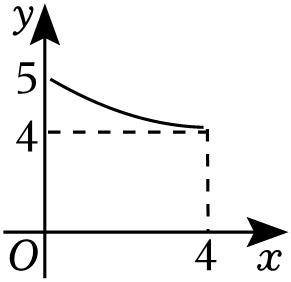
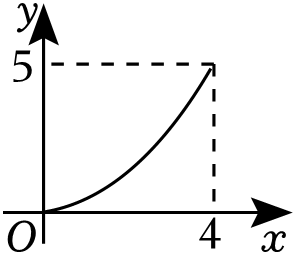
8．（3分）如图，在中，，，，将折叠，使点的对应点落在边上，折痕为．若的长为，的长为，那么与之间的关系图象大约是　　



A． B．



C． D．



【分析】根据折叠的性质得到，根据勾股定理列方程即可得到结论．

【解答】解：将折叠，使点的对应点落在边上，

，

，

，

，的长为，

，

即，

，

与之间的关系图象大约是，

故选：．

【点评】本题考查了动点问题的还是图象，勾股定理，折叠的性质，根据勾股定理列方程是解题的关键．

9．（3分）对于每个非零自然数，抛物线与轴交于，两点，以表示这两点之间的距离，则的值是　　

A． B． C．1 D．

【分析】依据题意，先利用因式分解的方法得到，从而得到抛物线与轴的交点，坐标为，，所以，所以，然后合并即可．

【解答】解：



，

抛物线与轴的交点，坐标为，，

，

原式

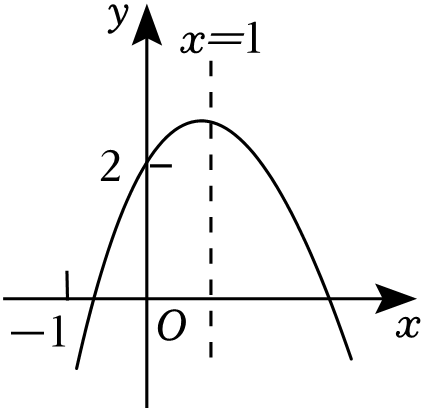


．

故选：．

【点评】本题主要考查了求抛物线与轴的交点坐标，十字相乘法，因式分解法解一元二次方程，有理数的加减混合运算等知识点，熟练掌握二次函数与一元二次方程之间的关系是解题的关键．

10．（3分）已知二次函数的图象如图所示，有下列4个结论：①；②；③；④关于的方程有四个根，且这四个根的和为4，其中正确的结论有　　



A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

【分析】由抛物线开口方向，对称轴位置，抛物线与轴交点位置可判断①，由抛物线与轴有两个交点可判断②，由当时函数取最大值可判断③，由函数最大值大于1且抛物线开口向下可判断④．

【解答】解：抛物线开口向下，

，

抛物线对称轴为直线，

，

，

抛物线与轴交点在轴上方，

，

，①错误；

抛物线与轴有2个交点，

，

，②正确；

时函数取最大值，

，

，即，③正确．

由图象可得函数最大值大于2，

有两个不相等的实数根，，

有两个不相等的实数根，，

图象对称轴为直线，

，．

，

④正确．

故选：．

【点评】本题考查二次函数的性质，解题关键是掌握二次函数图象与系数的关系，掌握二次函数与方程的关系．

**二、填空题：本大题有6个小题，每小题3分，共18分．**

11．（3分）请写出一个开口向下二次函数表达式，使其图象的对称轴为轴：　（答案不唯一）　．

【分析】根据形如或二次函数的性质直接写出即可．

【解答】解：图象的对称轴是轴且开口向下，

函数表达式（答案不唯一），

故答案为：（答案不唯一）．

【点评】本题考查了二次函数的性质，牢记形如的二次函数的性质是解答本题的关键．

12．（3分）已知函数，当时，则的取值范围为 　　．

【分析】先把该二次函数的解析式化为顶点式，求出函数图象的开口方向和顶点坐标，即可求得函数的最小值，再求得时的函数值，即可得出结论．

【解答】解：，

顶点坐标为，

时，有最小值，

当时，，

当时，的范围是．

故答案为：．

【点评】本题考查的是二次函数的性质及二次函数图象上点的坐标特点，根据题意得出二次函数的顶点坐标是解题的关键．

13．（3分）一个不透明的盒子中装有若干个红球和5个黑球，这些球除颜色外均相同．经多次摸球试验后发现，摸到黑球的频率稳定在0.25左右，则盒子中红球的个数约为 　15　．

【分析】先根据黑球的个数及其频率的稳定值求出球的总个数，继而可得答案．

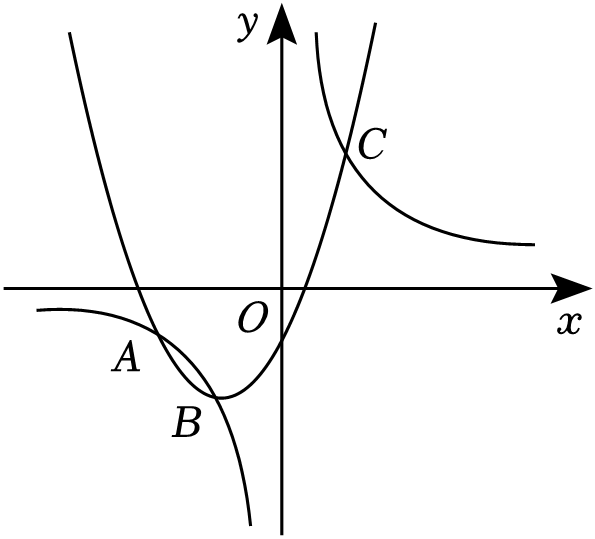
【解答】解：由题意知，盒子中球的总个数为（个，

所以盒子中红球的个数为（个，

故答案为：15．

【点评】本题主要考查利用频率估计概率，大量重复试验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．

14．（3分）如图，已知抛物线，均不为与双曲线的图象相交于，，三点．则不等式的解是 　或　．



【分析】将不等式变形后，再结合图象可直接写出不等式的解集．

【解答】解：不等式可以转化为不等式，

根据图象可知不等式的解集为：或．

故答案为：或．

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征和二次函数的性质，熟练掌握相关性质是解答本题的关键．

15．（3分）已知函数的图象与坐标轴只有两个交点，则　0或或　．

【分析】分类讨论和两种情况即可求解．

【解答】解：①当时，，该一次函数与坐标轴有两个交点，满足题意；

②当时，为二次函数，

若图象经过原点，则，

解得：，

此时，△，图象与轴还有一个交点，满足题意；

或函数的图象与轴只有一个交点，

△，

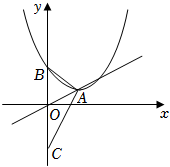
解得：，

综上所述：或或；

故答案为：0或或．

【点评】本题考查抛物线与轴的交点，二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，正确记忆相关知识点是解题关键．

16．（3分）已知点是直线上一动点，以点为顶点的抛物线交轴于点，作点关于轴的对称点，连接、．若是直角三角形，则点的坐标为 　，，，或，　．



【分析】分别求出，的坐标，再求，的值即可．

【解答】解：抛物线的顶点，

当时，，

，，

当是直角三角形时，可能或，

当时，

关于轴的对称点是，

，

，

①，

在直线上，

，代入①得：

，

解得（舍去）或或，

当时，，

当时，，

，或，．

当时，

，

，

（舍去）或，

，

，．

故答案为：，，，或，．

【点评】本题考查二次函数的综合应用，找到，坐标，判断直角顶点是求解本题的关键．

**三、解答题：本大题有8个小题，共72分．**

17．根据下列条件求的取值范围：

（1）函数，当时，随的增大而减小，当时，随的增大而增大；

（2）函数有最大值；

（3）函数的图象是开口向上的抛物线．

【分析】（1）根据二次项的系数小于0，对称轴左边随的增大而增大，对称轴右边随的增大而减小，可列出一元一次不等式，解之即可得出答案；

（2）根据二次函数有最大值，可得二次项的系数小于0，据此列出一元一次不等式，解之即可得出答案；

（3）根据函数图象开口向上，可得二次项系数大于0，同时二次项的次数须满足，解之即可得出答案．

【解答】解：（1）由题意可得：，

解得：；

（2）函数有最大值；

，

解得：；

（3）函数的图象是开口向上的抛物线，

，

解得：．

【点评】本题主要考查了二次函数的图象与性质，解一元一次不等式，因式分解法解一元二次方程等知识点，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键．

18．已知二次函数，过，在时取到最大值，且二次函数的图象与直线交于点．

（1）求这个二次函数解析式；

（2）求大于时，的取值范围．

【分析】（1）先把点坐标代入一次函数解析式，求出点坐标，再根据对称轴计算公式得到，再把，代入二次函数解析式中进行求解即可；

（2）先求出直线与二次函数两个交点的横坐标，再根据函数图象找到二次函数图象在一次函数图象上方时自变量的取值范围即可．

【解答】解：（1）将代入得，

．

；

对称轴为直线，

，

，

把，代入得，

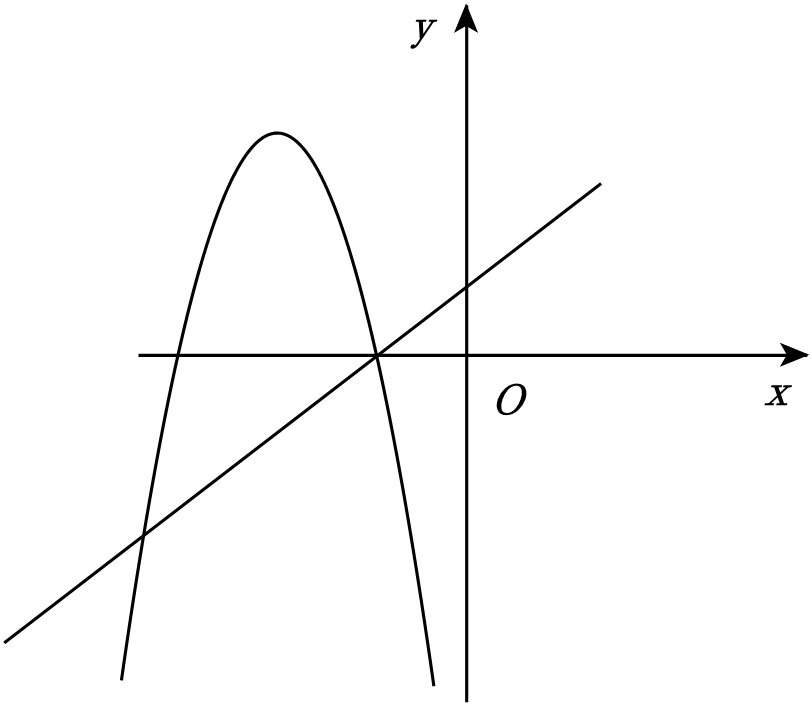
，

；

（2）令，

或，

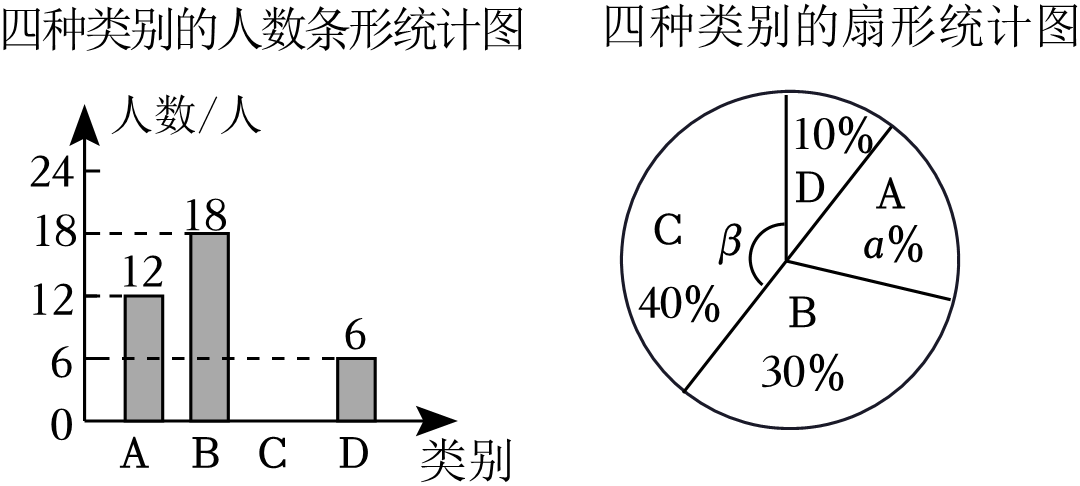
抛物线与直线两个交点的横纵标为和，



由函数图象可知，当时，大于．

【点评】本题主要考查了二次函数与一次函数综合，正确记忆相关知识点是解题关键．

19．高尔基说：“书，是人类进步的阶梯．”阅读可以启智增慧，拓展视野．为了解学生寒假阅读情况，开学初学校进行了问卷调查，并对部分学生假期天）的阅读总时间作了随机抽样分析，设被抽样的每位同学寒假阅读的总时间为（小时），阅读总时间分为四个类别：，，，，将分类结果制成两幅统计图（尚不完整）．根据以上信息，回答下列问题：



（1）请补全条形统计图；

（2）扇形统计图中的值为　20　；

（3）若该校有2000名学生，估计寒假阅读总时间少于24小时的学生有多少名？

（4）政教处决定从本次调查阅读时长前四名学生甲、乙、丙、丁中，随机抽取2名同学参加该校“阅读之星”竞选，请用树状图或列表法求恰好选中甲和乙的概率．

【分析】（1）由统计图可得组人数和所占百分比，则可求抽样总人数，进而问题可求解；

（2）由（1）及统计图可知组人数及抽样总人数，然后问题可求解；

（3）由题意可得时间不少于24小时的学生所占百分比，进而问题可求解；

（4）根据树状图可进行求解概率．

【解答】解：（1）组的人数为6人，

所占百分比为，

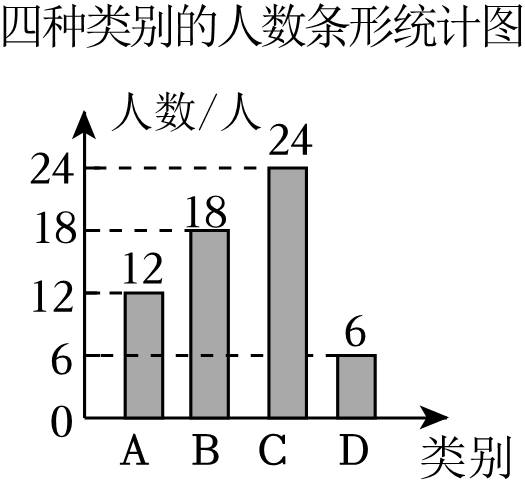
（人，

故本次抽样的学生人数为：60人；

组的人数所占百分比为，

（人，

补全条形统计图如下：



（2）组所占的百分比为：，

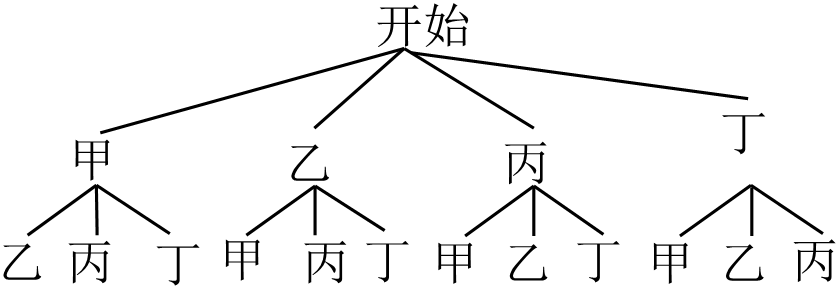
，

故答案为：20；

（3）（名，

答：估计寒假阅读的总时间少于24小时的学生有1000名．

（4）画树状图如下：



共有12种等可能的结果，其中恰好选中甲和乙的结果有2种．

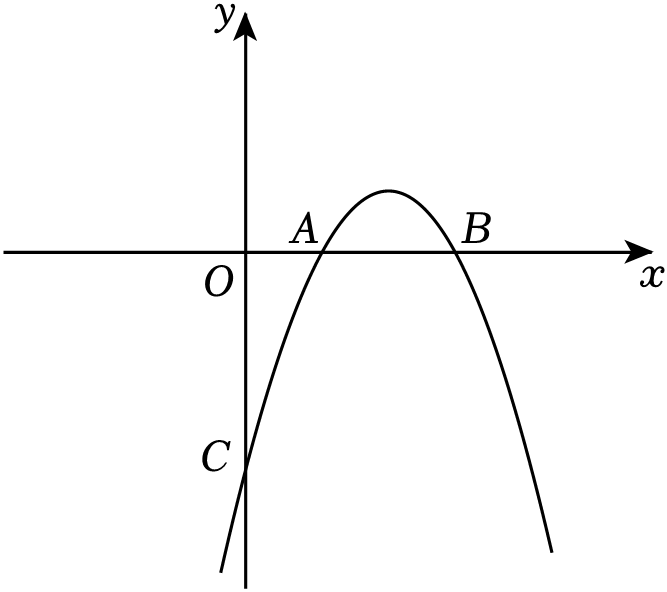
恰好选中甲和乙的概率为．

【点评】本题主要考查列表法与树状图法，用样本估计总体，频数（率分布直方图，扇形统计图，概率公式，熟练掌握条形统计图与扇形统计图及概率是解题的关键．

20．已知抛物线与轴交于点，，且过点．

（1）求抛物线的解析式和顶点坐标；

（2）请写出两种一次平移的方法，使平移后抛物线的顶点落在直线上，并写出平移后相应的抛物线解析式．



【分析】（1）利用交点式得出，进而得出的值，再利用配方法求出顶点坐标即可；

（2）把代入得出，把代入得出，进而得出答案．

【解答】解：（1）抛物线与轴交于点，，可设抛物线解析式为，

把代入得：，

解得：，

故抛物线解析式为，

即，

，

顶点坐标；

（2）平移方法有：

①向下平移5个单位，得到：，

把代入得出，

顶点坐标；

向下平移5个单位，抛物线的顶点为；

②向左平移2.5个单位，得到：，

把代入得出，

向左平移2.5个单位，抛物线的顶点为，．

【点评】此题主要考查了二次函数的平移以及配方法求二次函数解析式顶点坐标以及交点式求二次函数解析式，根据平移性质得出平移后解析式是解题关键．

21．为实施“乡村振兴”计划，某村产业合作社种植了“千亩桃园”．2022年该村桃子丰收，销售前对本地市场进行调查发现：当批发价为4千元吨时，每天可售出12吨，每吨涨1千元，每天销量将减少2吨，据测算，每吨平均投入成本2千元，为了抢占市场，薄利多销，该村产业合作社决定，批发价每吨不低于4千元，不高于5.5千元．请解答以下问题：

（1）求每天销量（吨与批发价（千元吨）之间的函数关系式，并直接写出自变量的取值范围；

（2）当批发价定为多少时，每天所获利润最大？最大利润是多少？

【分析】（1）根据题意直接写出与之间的函数关系式和自变量的取值范围；

（2）根据销售利润销售量（批发价成本价），列出销售利润（千元）与批发价（千元吨）之间的函数关系式，再依据函数的增减性求得最大利润．

【解答】解：（1）根据题意得，

所以每天销量（吨与批发价（千元吨）之间的函数关系式，

自变量的取值范围是；

（2）设每天获得的利润为千元，根据题意得，

，

当，随的增大而增大．

，

当时，有最大值，最大值为，

将批发价定为5.5千元时，每天获得的利润最大，最大利润是31.5千元．

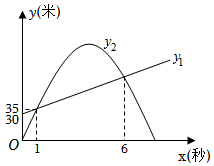
【点评】本题考查二次函数应用，以及利用二次函数的性质求最大值，解题的关键是读懂题意，列出函数关系式．

22．科研人员为了研究弹射器的某项性能，利用无人机测量小钢球竖直向上运动的相关数据．无人机上升到离地面30米处开始保持匀速竖直上升，此时，在地面用弹射器（高度不计）竖直向上弹射一个小钢球（忽略空气阻力），在1秒时，它们距离地面都是35米，在6秒时，它们距离地面的高度也相同．其中无人机离地面高度（米与小钢球运动时间（秒之间的函数关系如图所示；小钢球离地面高度（米与它的运动时间（秒之间的函数关系如图中抛物线所示．

（1）直接写出与之间的函数关系式；

（2）求出与之间的函数关系式；

（3）小钢球弹射1秒后直至落地时，小钢球和无人机的高度差最大是多少米？



【分析】（1）先设出一次函数的解析式，再用待定系数法求函数解析式即可；

（2）用待定系数法求函数解析式即可；

（3）当时小钢球在无人机上方，因此求，当时，无人机在小钢球的上方，因此求，然后进行比较判断即可．

【解答】解：（1）设与之间的函数关系式为，

函数图象过点和，

则，

解得：，

与之间的函数关系式为；

（2）时，，

的图象是过原点的抛物线，

设，

点，在抛物线上，

，

解得：，

，

答：与的函数关系式为；

（3）设小钢球和无人机的高度差为米，

由得，或，

①时，



，

抛物线开口向下，

又，

当时，的最大值为；

②时，，

，

抛物线开口向上，

又对称轴是直线，

当时，随的增大而增大，

，

当时，的最大值为70，

，

高度差的最大值为70米．

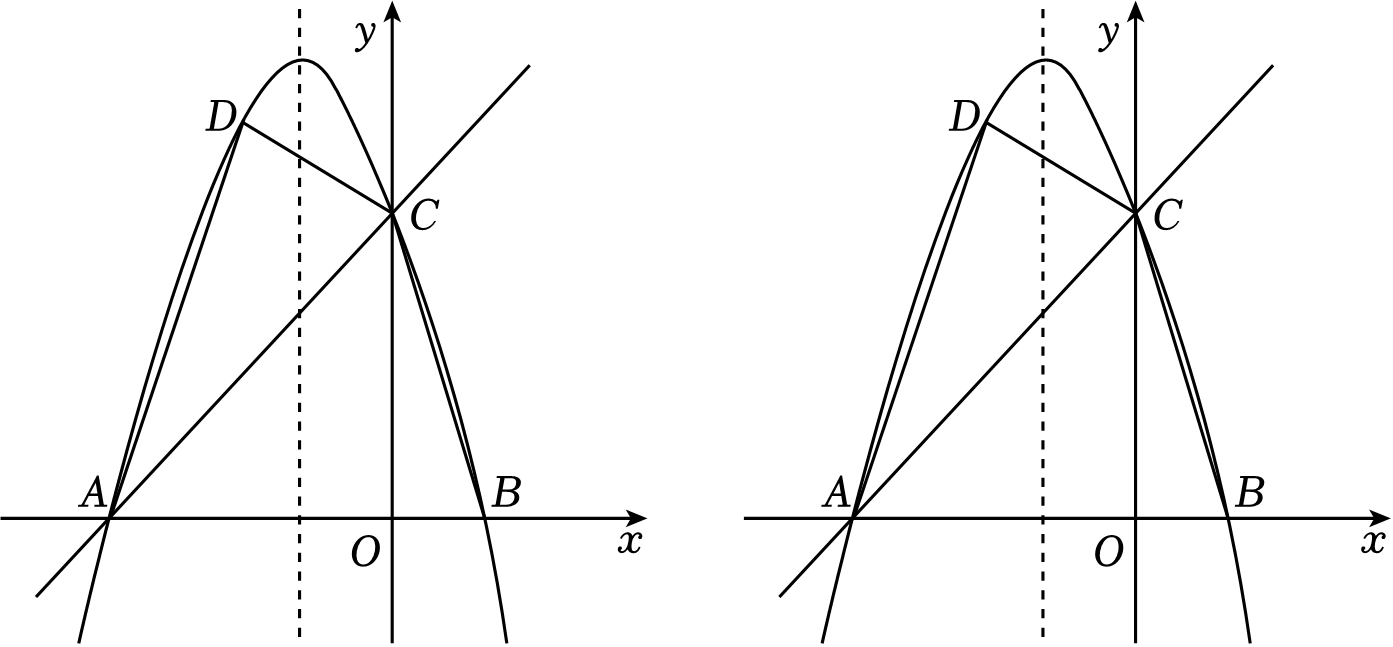
【点评】本题考查了二次函数以及一次函数的应用，关键是根据实际情况判断无人机和小钢球的高度差．

23．如图，已知直线与轴交于点，与轴交于点，抛物线经过，两点，且与轴的另一个交点为，对称轴为直线．

（1）求抛物线的表达式；

（2）是第二象限内抛物线上的动点，设点的横坐标为，求四边形面积的最大值及此时点的坐标；

（3）若点在抛物线对称轴上，是否存在点，，使以点，，，为顶点的四边形是以为对角线的菱形？若存在，请求出，两点的坐标；若不存在，请说明理由．



【分析】（1）首先求出点，点，然后利用待定系数法即可求出抛物线的表达式；

（2）先求出点，再作轴于，连接，依题意设点的坐标为，则，则，，，分别求出，，，然后根据列出与的函数关系式，根据有最大值求出，进而可得点的坐标；

（3）设点，直线与轴交于点，过点作轴，与交于点，先由勾股定理求出，，再根据可求出，进而可得点的坐标，然后根据点为的中点求出的坐标，进而根据为的中点可求出点的坐标．

【解答】解：（1）对于，当时，，当时，，

点的坐标为，点的坐标为，

对称轴是直线：，

有：，解得：，

抛物线的表达式为：；

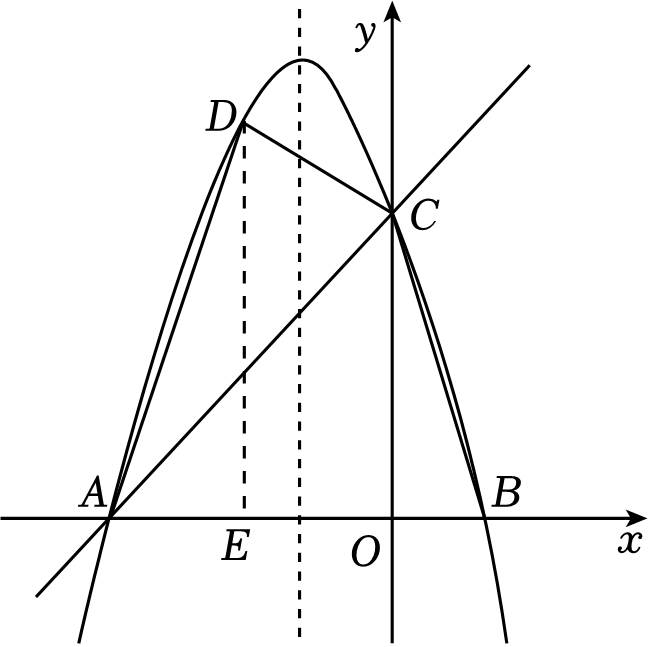
（2）对于，当时，，解得：，，

点的坐标为，

又点，点，

，，

作轴于，



点在第二象限内的抛物线上，且横坐标为

点的坐标为，则，

，，

，

轴，则四边形为直角梯形，

，

又，，

，

即，

又，

，

当时，为最大，

此时

点的坐标为．

（3）存在点和点，使以点，，，为顶点的四边形是以为对角线的菱形，理由如下：

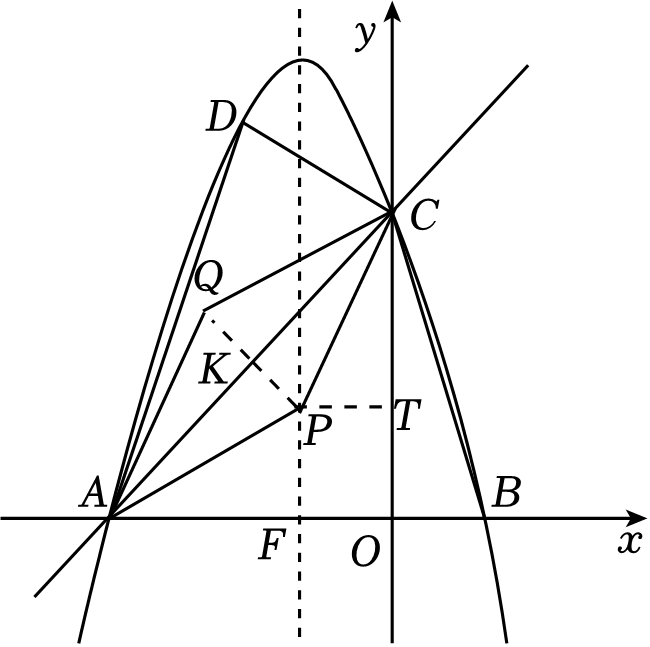
点在抛物线的对称轴上，

可设点的坐标为：，

以，，，为顶点的四边形是以为对角线的菱形，

，与互相垂直平分，

设直线与轴交于点，过点作轴，与交于点，



点，，

，，，，

，，

在中，由勾股定理得：，

在中，由勾股定理得：

，解得：，

点的坐标为，

设点的坐标为，，

点为的中点，

，，

设点的坐标为，，

点为的中点，

，，

解得：，，

点的坐标为．

【点评】此题主要考查了求二次函数的解析式，二次函数的最值，对称轴，菱形的性质，勾股定理等，解答此题的关键是熟练掌握待定系数法求二次函数的解析式，以及求二次函数最值、对称轴的方法，理解菱形的四条边都相等，对角线互相平分．

24．已知二次函数．

（1）当时，

①若该函数图象的对称轴为直线，且过点，求该函数的表达式；

②若方程有两个相等的实数根，求证：；

（2）若，已知点，点在平面直角坐标系中，当二次函数的图象与线段有交点时，求的取值范围．

【分析】（1）①当时，，根据函数图象的对称轴为直线，且过点，得，即可解得函数的表达式为；

②由方程有两个相等的实数根，知，得，故，即可得；

（2）求出，知抛物线顶点为，与轴交点为，，当抛物线过点时得，画出图象可知当时，二次函数的图象与线段有交点；当抛物线过点时，，可得当时，二次函数的图象与线段有交点．

【解答】（1）①解：当时，，

函数图象的对称轴为直线，且过点，

，

解得，

函数的表达式为；

②证明：方程有两个相等的实数根，

△，即，

，

，

，

，

；

（2）解：，

，，

，

抛物线顶点为，

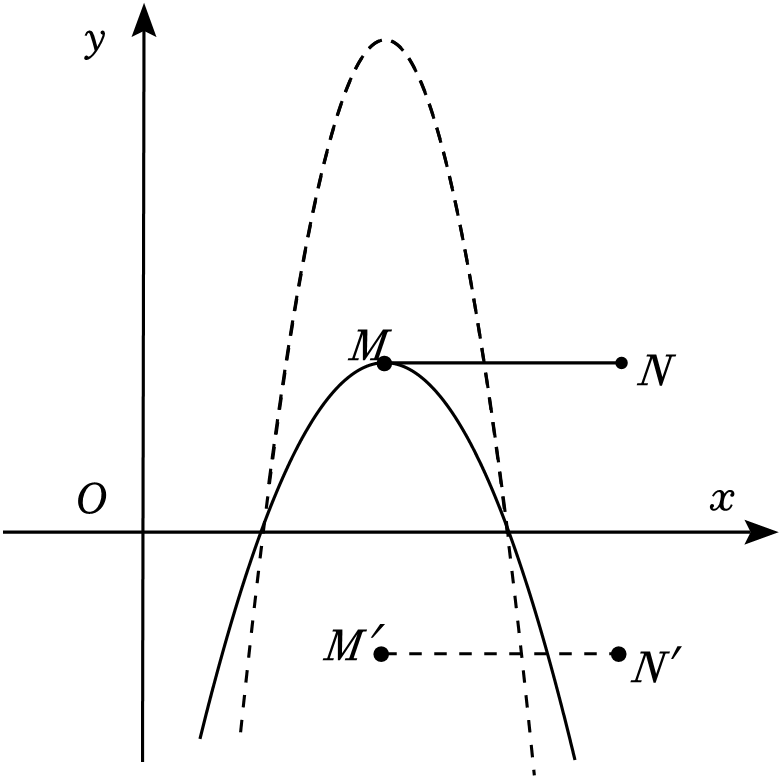
在中，令得或，

抛物线与轴交点为，，

当抛物线过点时，，

解得，

如图：

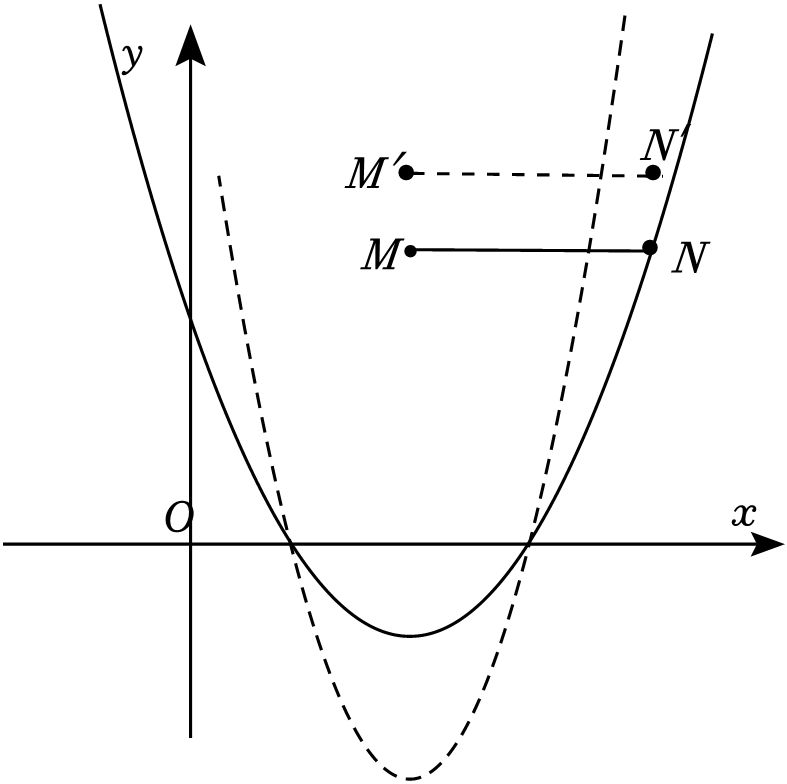


根据越大，抛物线的开口越小及由图可知，当时，二次函数的图象与线段有交点；

当抛物线过点时，，

解得，

如图：



由图可知，当时，二次函数的图象与线段有交点；

综上所述，当或时，二次函数的图象与线段有交点．

【点评】本题考查二次函数的综合应用，涉及待定系数法，二次函数与一元二次方程的关系，函数图象上点坐标的特征等，解题的关键是数形结合思想的应用．

声明：试题解析著作权属菁优网所有，未经书面同意，不得复制发布日期：2024/12/6 13:59:48；用户：庞军；邮箱：myc112@xyh.com；学号：21379484