**2024年11月绍兴市选考科目诊断性考试**

**数学试题**

**本科试题卷分选择题和非选择题两部分，全卷共6页，选择题部分1至3页，非选择题部分3至6页，满分150分，考试时间120分钟.**

**考生注意：**

**1.答题前，请务必将自己的学校、班级、姓名、座位号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填写在试题卷和答题纸规定的位置上.**

**2.答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】解一元二次不等式求出集合*A*，根据集合的交集运算即得答案.

【详解】解不等式，得，

即，

又，故，

故选：A

2. 若，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】直接根据复数的运算法则计算即可.

【详解】因为，

所以，

故选：B.

3. 已知，，则（ ）

A.  B. 5 C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】运用两角和与差的正弦公式展开，然后两式相减、两式相加各得一个等式，再让这两个等式相除并化简即可求解.

【详解】,

,

两式相减得,

两式相加得,

所以,

即,

故选：B.

4. 已知向量，，则在上的投影向量是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

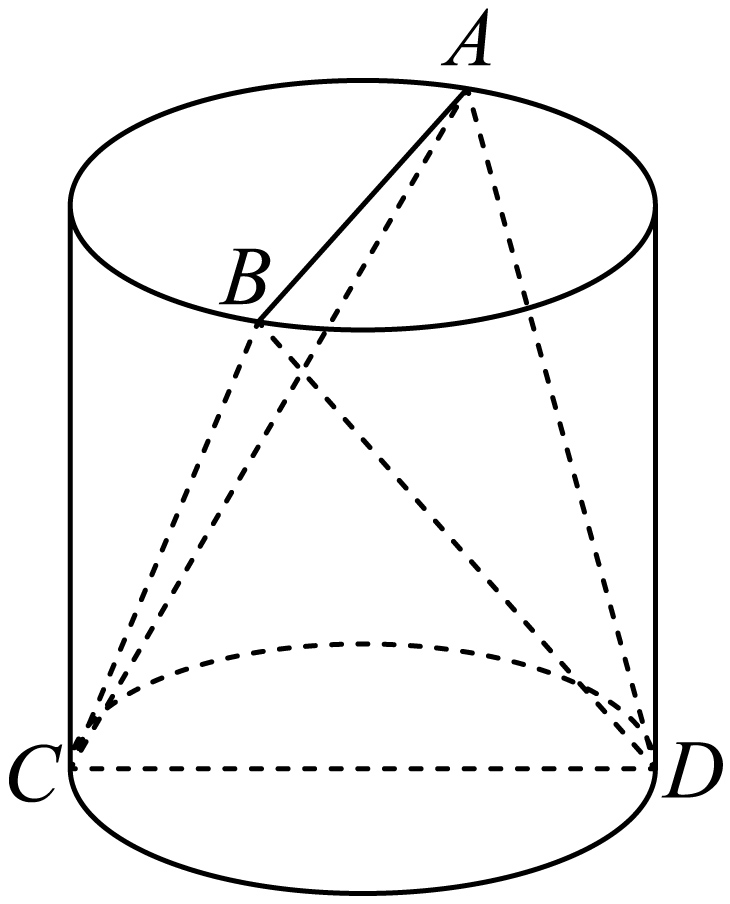
【分析】根据投影向量的概念即可求得.

【详解】因为，则，，

则在方向上的投影向量为：.

故选：C.

5. 如图，圆柱的底面直径为3，母线长为4，，分别为该圆柱的上、下底面的直径，且，则三棱锥的体积是（ ）



A. 24 B. 18 C. 12 D. 6

【答案】D

【解析】

【分析】取的中点，连接，，证得平面，利用三棱锥的体积计算即可.

【详解】如图：过上底面中心，作与下底面直径平行的直线，连接，，

则且，

因为，所以，

根据圆柱的性质可知，平面，

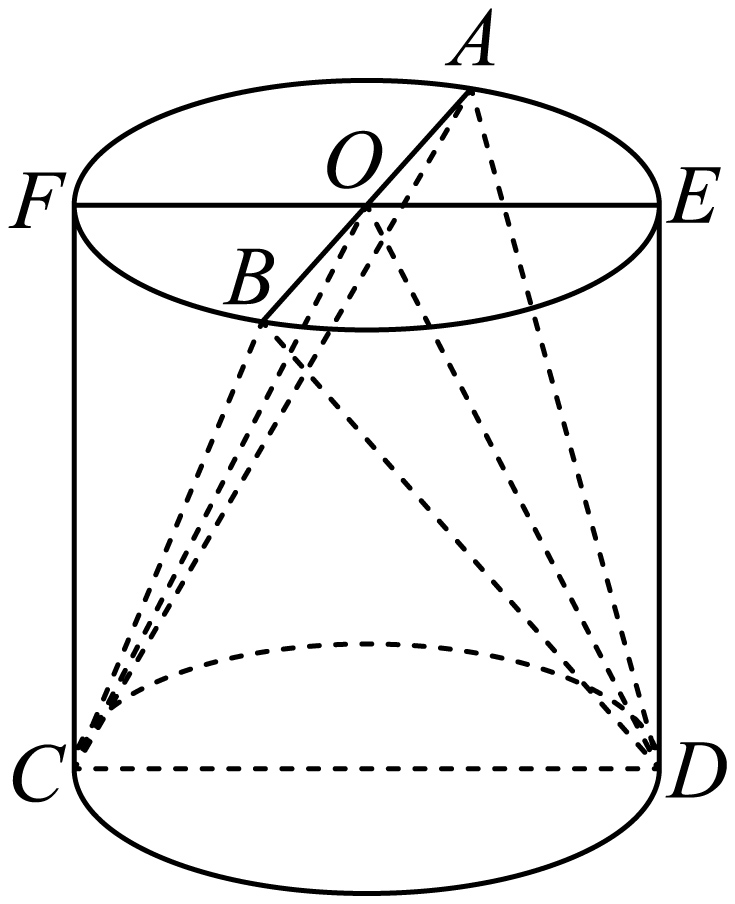
则有，

则，，又，，平面，

所以平面，

所以．

故选：D．



6. 已知直线与抛物线交于，两点，为坐标原点，且，过点作的垂线，垂足为，则（）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】求出，由题意可知,进而可得，进而可知直线的方程，联立直线与抛物线，得到韦达定理，由得，代入求解即可.

【详解】设,依题意：,

所以直线的方程为：,即,

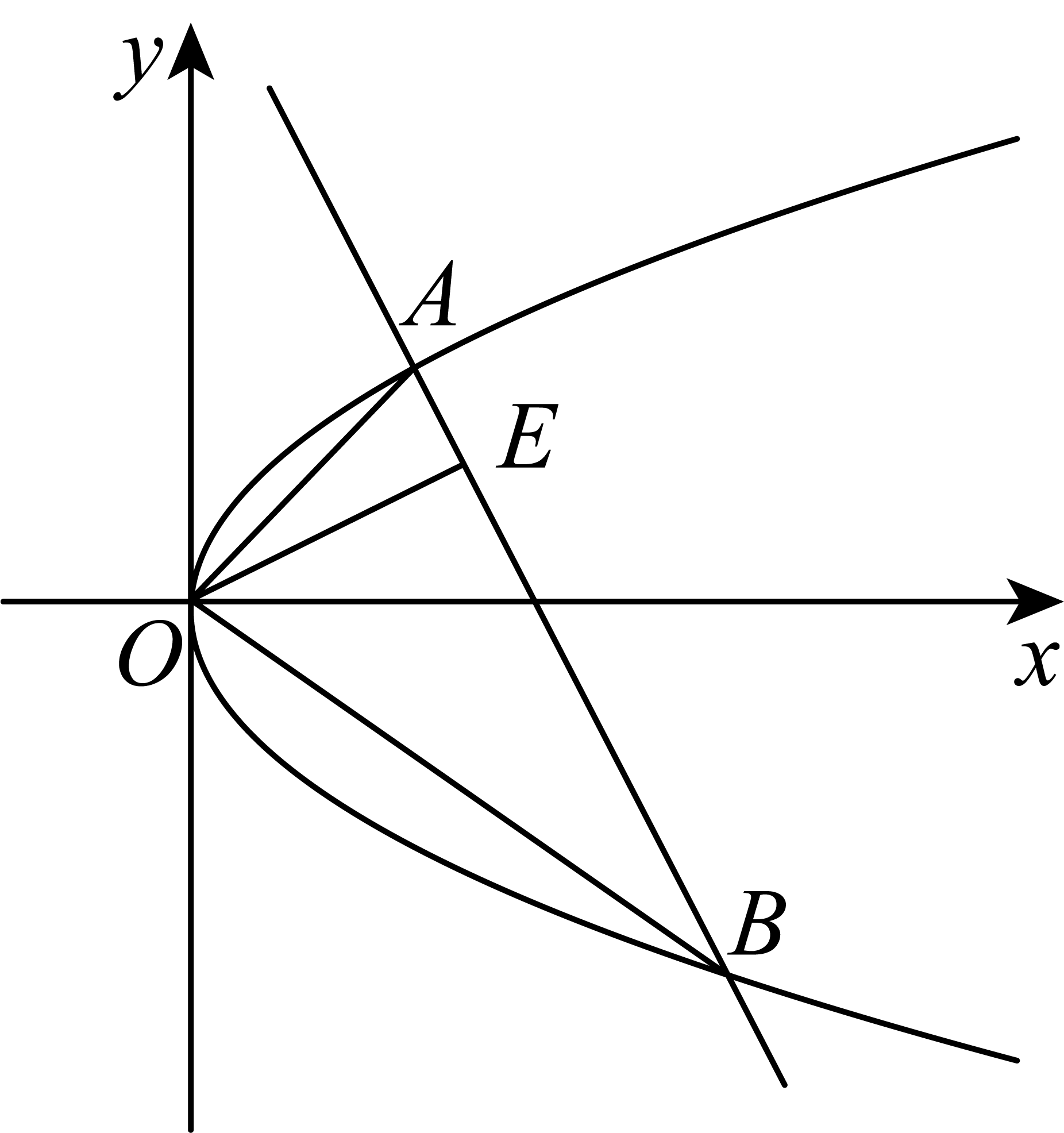
联立,得

所以,

因为,所以,

即,解得

故选：C.



7. 已知函数，且是的极小值点，则可以是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据导数依次判断是不是的极小值点即可.

【详解】对于A，，

，当时，，所以；

当时，，所以，

所以不是的极值点，故A错误；

对于B，，，

，当时，，，所以；

当时，，，所以，

所以不是的极值点，故B错误；

对于C，，，

，当时，；

当时，，所以是的极小值点，故C正确；

对于D，，，

，当时，；当时，，

所以是的极大值点，故D错误.

故选：C.

8. 摩天轮是一种大型转轮状的机械游乐设施，游客坐在摩天轮的座舱里可从高处俯瞰四周景色.如图，某摩天轮最高点距离地面高度为120m，转盘直径为110m，均匀设置有48个座舱（按顺时针依次编号为1至48号），开启后按逆时针方向匀速旋转，游客在座舱转到距离地面最近的位置进舱，转一周需要30min.甲、乙两户家庭去坐摩天轮，甲家庭先坐上了1号座舱，乙家庭坐上了号座舱，若从乙家庭坐进座舱开始计时，10min内（含10min）出现了两户家庭的座舱离地面高度一样的情况，则的最小值是（ ）



A. 16 B. 17 C. 18 D. 19

【答案】B

【解析】

【分析】根据给定条件，设乙家庭转动出现了两户家庭的座舱离地面高度一样，借助对称性求出，再结合两个相邻座舱对应弧所对圆心角即可得解.

【详解】设乙家庭转动出现了两户家庭的座舱离地面高度一样，，只需考查旋转的第一周内即可，

而摩天轮的座舱每分钟转动，则乙家庭的座舱转过的弧度数为，

摩天轮的两个相邻座舱中点间的圆弧所对圆心角为，甲家庭的座舱转过的弧度数为，

依题意，甲乙两户家庭的座舱关于摩天轮垂直于地面的轴对称，则，

整理得，当且仅当时取等号，

所以的最小值是17.

故选：B

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 随着农业现代化的持续推进，中国农业连年丰收，农民收入持续增加，农村活力不断增强，乡村全面振兴的美好蓝图变成现实.某地农科院为研究新品种大豆，在面积相等的块试验田上种植一种新品种大豆，得到各块试验田的亩产量（单位：），并整理得下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 亩产量 |  |  |  |  |  |  |
| 频数 |  |  |  |  |  |  |

则块试验田的亩产量数据中（ ）

A. 中位数低于 B. 极差不高于

C. 不低于的比例超过 D. 第百分位数介于至之间

【答案】BC

【解析】

【分析】根据中位数、极差和百分位数的定义直接判断即可.

【详解】由题知，共块，所以其中位数为第和第个数据的平均数，

由表格知，这两个数据均在内，故A错；

由表格知，极差最大为，故B正确；

由表格知，不低于的比例为，C正确；

因为，

所以第百分位数为排序后第个和第个数据的平均数，

由表格知，这两个数据均在内，

所以第百分位数介于至之间，D错.

故选：BC

10. 下列各组函数的图象，通过平移后能重合的是（ ）

A. 与 B. 与

C. 与 D. 与

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用诱导公式可判断A；根据两个函数的单调性不同可判断B；利用指数或对数的运算法则可判断C，D.

【详解】对于A，将的图象向左平移个单位后得到的图象，故A正确；

对于B，易知在上单调递增；

对于，，令，得，

所以当或时，函数单调递增，

当时，函数单调递减，

所以不能通过平移由得到，故B错误；

对于C，将的图象向左平移个单位后得到的图象，故C正确；

对于D，将的图象向上平移个单位后得到的图象，故D正确.

故选：ACD.

11. 在正三棱锥中，，，是底面内（含边界）一点，则下列说法正确的是（ ）

A. 点到该三棱锥三个侧面的距离之和为定值

B. 顶点，，到直线的距离的平方和为定值

C. 直线与该三棱锥三个侧面所成角的正弦值的和有最大值

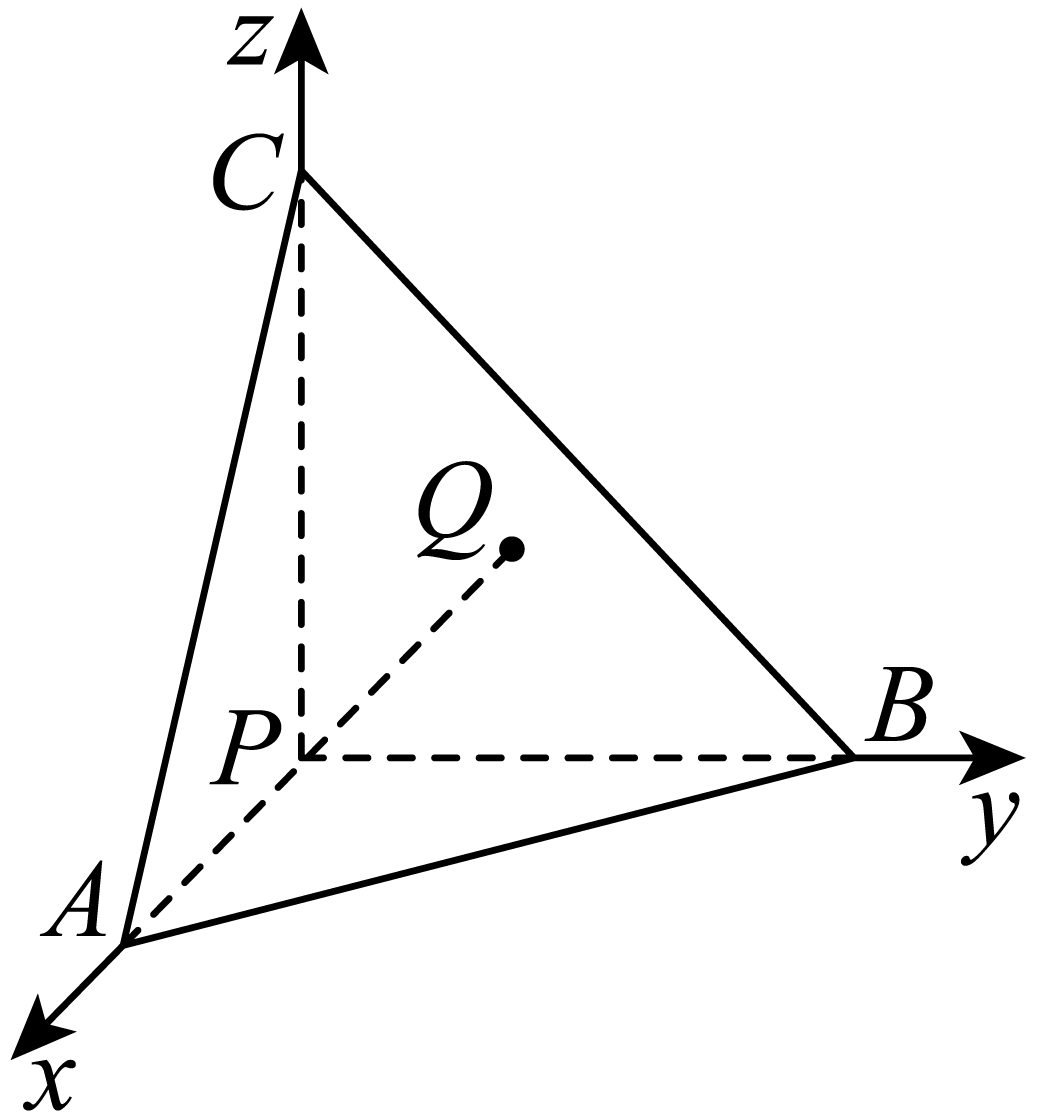
D. 直线与该三棱锥四个面所成角的正弦值的平方和有最大值

【答案】ABC

【解析】

【分析】建立空间直角坐标系，设，然后分别计算每一个选项即可.

【详解】由题可建立如图所示空间直角坐标系，



有，

设，平面的一个法向量，

显然，

所以有，令，得，

所以，

所以有，显然

所以，

点到面的距离为；点到面的距离为，点到面的距离为

因，故选项A正确；

由题可知，

易知点*A*到的距离 ，

同理，，，

所以，

故选项B正确；

到平面的夹角的正弦值为 ；到平面的夹角的正弦值为；到平面的夹角的正弦值为

显然三个线面角的正弦值的平方和等于，可以垂直平面,

所以与三棱锥的四个面的线面角的平方和最大值为2，故选项D错误；

与三个侧面的线面角之和为，

因为，

所以有，

其中表示,为到平面的距离，

所以，

所以的最大值为，故选项C正确；

故选：ABC

【点睛】关键点点睛，我们需要利用平面的法向量找到点的三个坐标之间的关系，然后计算即可.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 的展开式中常数项为\_\_\_\_\_\_ ．

【答案】60

【解析】

【分析】先求出展开式的通项公式*,*再令 的指数为0*,*解出*,*进而可求出常数项.

【详解】的展开式中的通项公式：.

令-6=0，解得*r*=4．

∴的展开式中常数项为:=60．

故答案为60．

【点睛】本题考查了二项式定理*,*属基础题.

13. 若曲线在点处的切线与圆相切，则\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】利用导数求出曲线在点处的切线，再利用圆的性质求出值.

【详解】由，求导得，则，

因此曲线在点处切线方程为，即，

由直线与圆相切，得，

所以.

故答案为：

14. 已知数列中，等可能取，0或1，数列满足，，则的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由，得到，再结合古典概率模型即可求解.

【详解】由题意可得：，

，

，

，

若，则，

各随机从，0或1选一个，共有种情况；

若，

可分：都取0，一种情况；

，两个取0，一个取1，一个取，共有,

，两个取1，两个取，共有,

共计19种情况，

所以的概率是.

故答案为：

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15. 记三个内角，，的对边分别为，，，且.

（1）求；

（2）设是的中线，若，，求.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据正弦定理边化角转化，结合三角形角度关系与三角恒等变换转化即可得角的大小；

（2）在中由余弦定理得边的长，再根据余弦定理求边即可.

【小问1详解】

因为，所以由正弦定理得，

又因为，即，整理得，

又因为，所以，所以，即.

【小问2详解】

在中，由余弦定理，

可得，解得或（舍），即

在中，由余弦定理可知，解得.

16. 已知函数.

（1）当时，求在区间上的值域；

（2）若存在，当时，，求的取值范围.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据导数求解函数单调性，即可得到函数相应区间的值域；

（2）求导，利用函数单调性，即可得到符合条件的参数范围.

【小问1详解】

因为，所以，

所以当时，，当时，，

所以在上递减，在上递增.

因为，，，且，

所以的值域是.

【小问2详解】

因为.

①若，当时，，所以在上递增，

所以，不符合题意.

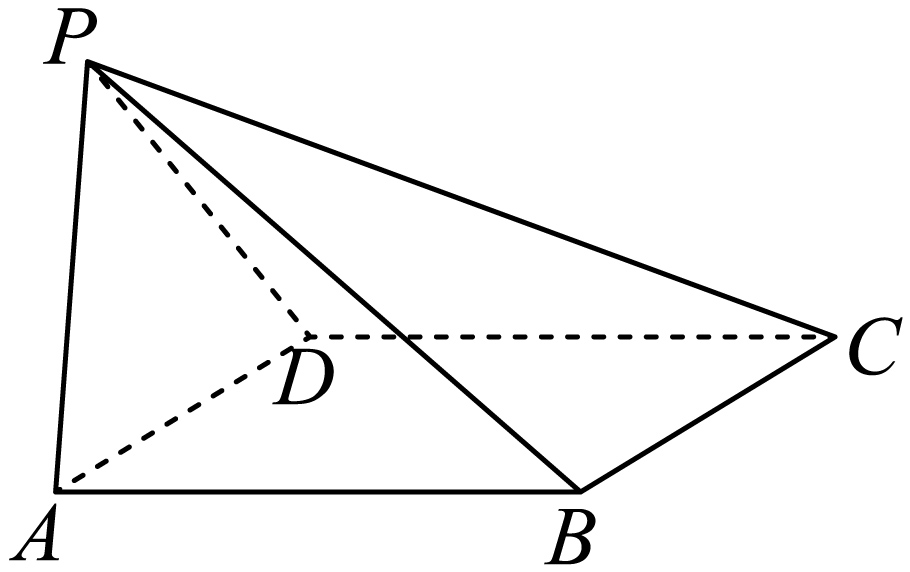
②若，当时，；当时，，

所以在上递減，在上递增，

要存在，当，，

则只需，所以.

17. 在四棱锥中，底面为菱形，，，，.



（1）证明：；

（2）若二面角的余弦值为，求直线与平面所成角的正弦值.

【答案】（1）证明见解析.

（2）

【解析】

【分析】（1）取中点，连接，则易知是正三角形，通过勾股定理证明，根据线面垂直的判定定理，即可证明.

（2）根据题意，是二面角的平面角，再以点*E*为坐标原点，*EA*，*EB*分别为轴建立空间直角坐标系，利用空间向量与空间角的关系列式计算即可.

【小问1详解】

取中点，连接，

因为，所以是正三角形，

因为为中点，所以.

又因为，所以.

因为，所以，又，平面

所以 面.

所以，又因为为中点，所以.

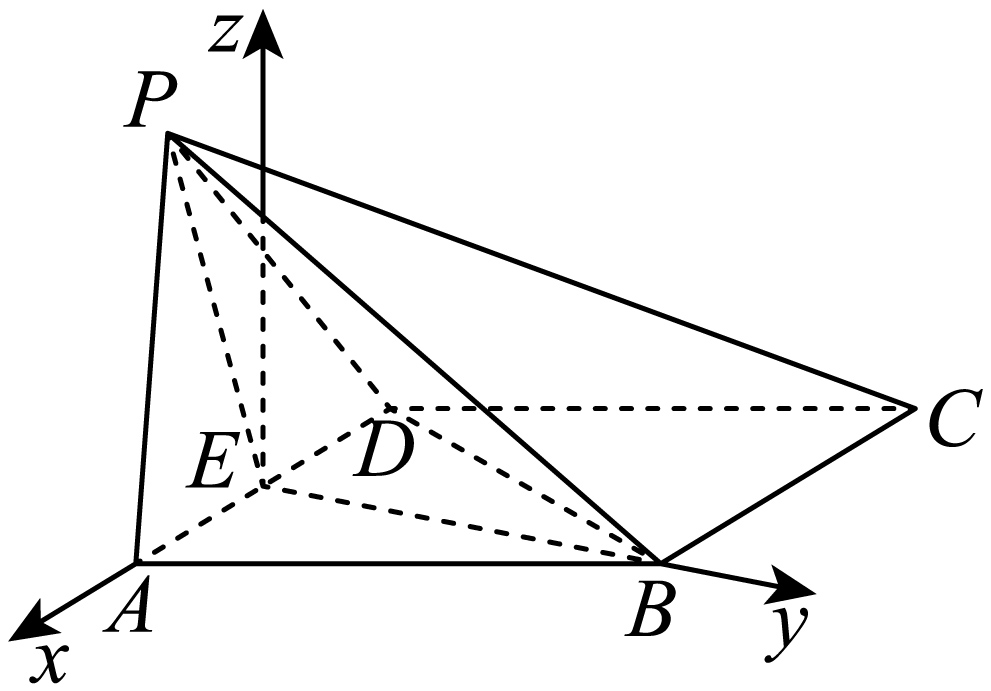
【小问2详解】

解法1：因为，

所以是二面角的平面角，即.

在中，，解得.

如图，以点*E*为坐标原点，*EA*，*EB*分别为轴建立空间直角坐标系，



则，，，，

所以，，，

设平面*PAB*的一个法向量为，

则，即，

令，则.所以，

所以，

所以直线*BC*与平面*PAB*所成角的正弦值为.

解法2：因为，

所以是二面角的平面角，即.

在中，，解得.

所以，所以，且，

取*PB*中点*F*，连接,

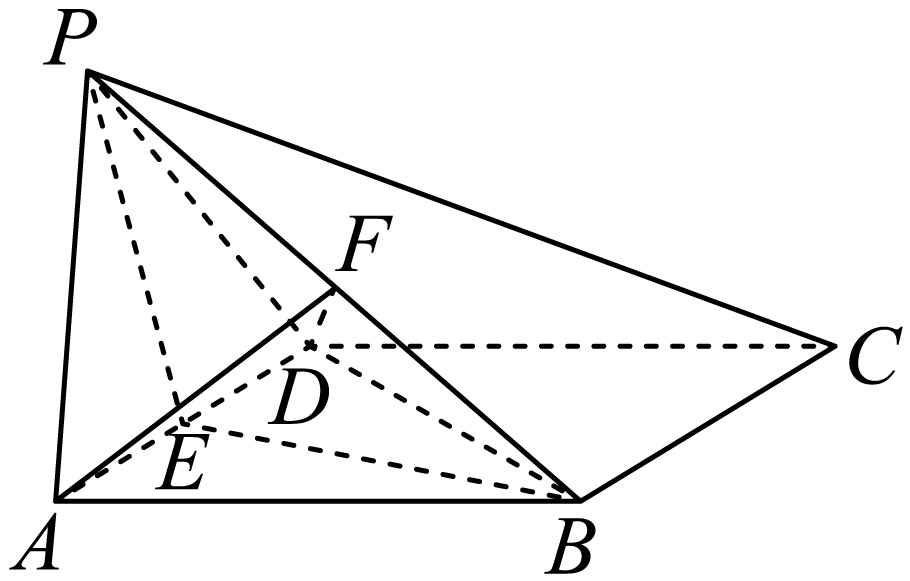
在等腰直角三角形中，，同理，

所以，所以，又，

所以平面，所以即为直线*AD*与平面所成角，

又，而，

所以直线与平面所成角的正弦值为.



18. 已知椭圆的离心率为，短轴端点和长轴端点间的距离为.

（1）求的方程；

（2）过左焦点的直线交于，两点，点在上.

（i）若的重心为坐标原点，求直线的方程；

（ii）若的重心在轴上，求的横坐标的取值范围.

【答案】（1）

（2）（i）；（ii）

【解析】

【分析】（1）根据已知条件得到和求解即可；

（2）设直线的方程为，与椭圆方程联立消元，得到，利用韦达定理得到，，小问（i）根据重心为原点得到点坐标，将点坐标代入椭圆方程即可求出的值，进而得到直线的方程；小问（ii）设，方法同（i），得到点坐标，将点坐标代入椭圆方程得到，利用求出的取值范围.

【小问1详解】

由题意知，即，又，

解得，，，

所以的方程；

【小问2详解】

因为左焦点为，设直线的方程为，

联立，得，

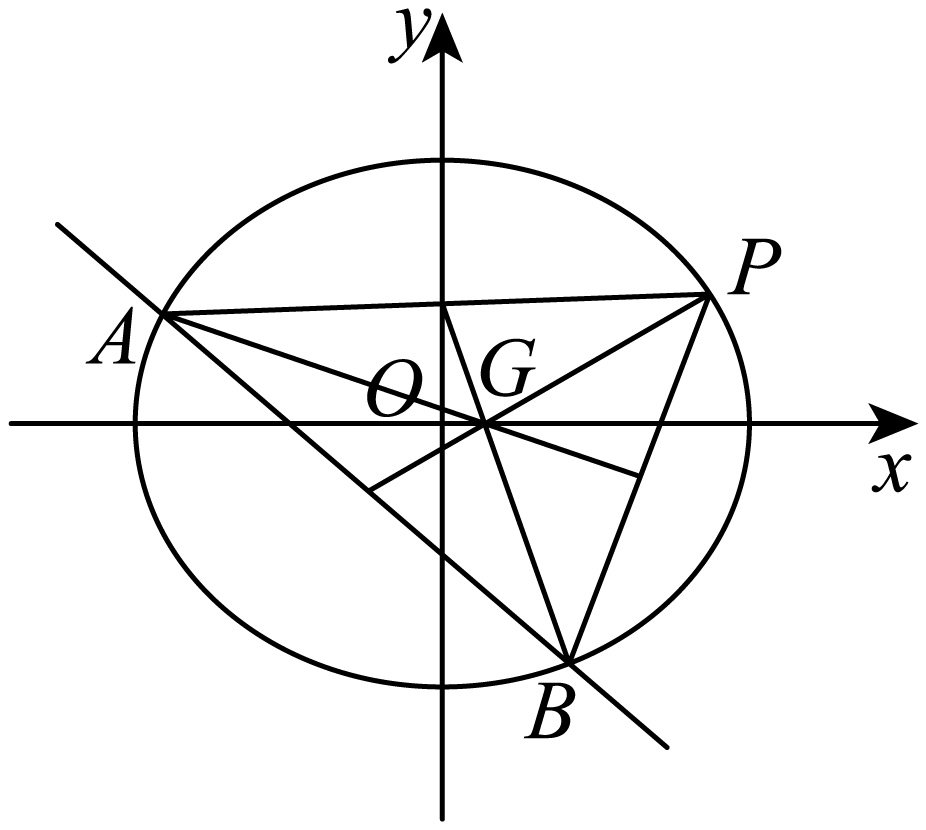
设，，，则，，

因为的重心为原点，所以，

所以，又，

代入，可得，

解得，所以直线方程是.



（ii）设，由（i）可知，，

代入，可得，

解得，所以.

所以，且，所以.

19. 维向量是平面向量和空间向量的推广，对维向量，记，设集合.

（1）求，；

（2）（i）求中元素的个数；

（ii）记，求使得成立的最大正整数.

【答案】（1），

（2）（i）；（ii）

【解析】

【分析】（1）列举出所有可能的情况，根据可求得结果；

（2）（i）设中元素的个数为，根据定义可得递推关系式，结合等比数列求和公式可推导求得；

（ii）首先确定的必要条件为当时，，由此可得；验证当时充分性成立，从而得到结果.

【小问1详解】

，

当时，；当时，；当时，；当时，，

；

，

当时，；当时，；当时，；当时，；当时，；当时，；当时，；当时，，

.

【小问2详解】

（i）设中元素的个数为，

，，

偶数时，，且，

，

中的元素个数为.

（ii）①当时，

；

②当时，

；

③当时，

；

；

要使得成立，其必要条件是当时，，

令，则，

数列为递增数列，又，，

的解为；

当时，，

即充分性成立；

使得成立的最大正整数.

【点睛】关键点点睛：本题考查数列与向量结合的新定义问题的求解，解题关键是能够根据的定义，确定为偶数时，，从而进一步确定递推关系式，将问题转化为数列问题来进行求解.