**湖州、衢州、丽水2024年11月三地市高三教学质量检测试卷**

**数学**

**1.本试题卷共4页，满分150分，考试时间120分钟.**

**2.考生答题前，务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸上.**

**3.选择题的答案须用****铅笔将答题纸上对应题目的答案标号涂黑，如要改动，须将原填涂处用橡皮擦净.**

**4.非选择题的答案须用黑色字迹的签字笔或钢笔写在答题纸上相应区域内，作图时可先使用****铅笔，确定后须用黑色字迹的签字笔或钢笔描黑，答案写在本试题卷上无效.**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据集合定义求得，再由交集定义计算．

【详解】因，，

所以，

所以，

故选：B．

2. 已知复数（其中是虚数单位），则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用共轭复数的定义、复数的四则运算化简复数，利用复数的模长公式可求得结果.

【详解】因为，则，

因此，.

故选：C.

3. 双曲线的另一种定义：动点与定点的距离和它与定直线：的距离的比是常数，则点的轨迹是一个双曲线.动点与定点的距离和它与定直线：的距离的比是，则点的轨迹方程为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

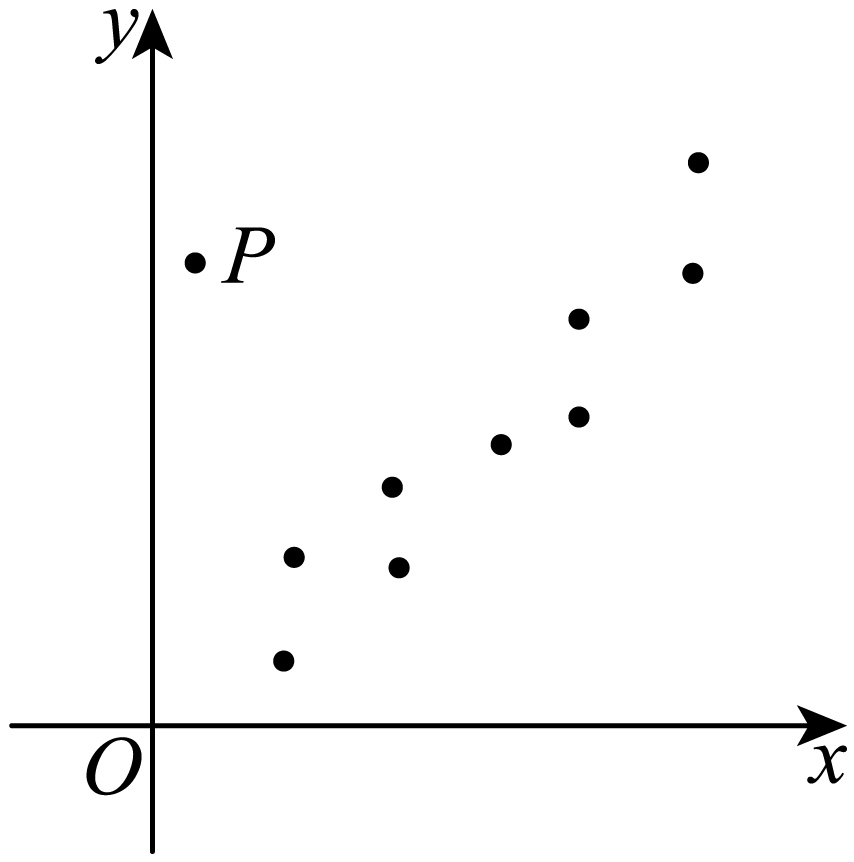
【分析】根据给定条件，列出方程并化简得答案.

【详解】设，依题意，，化简整理得，

所以点的轨迹方程为.

故选：B

4. 为研究光照时长（小时）和种子发芽数量（颗）之间的关系，某课题研究小组采集了9组数据，绘制散点图如图所示，并对，进行线性回归分析.若在此图中加上点后，再次对，进行线性回归分析，则下列说法正确的是（ ）



A. ，不具有线性相关性 B. 决定系数变大

C. 相关系数变小 D. 残差平方和变小

【答案】C

【解析】

【分析】从图中分析得到加入点后，回归效果会变差，再由决定系数，相关系数，残差平方和及相关性的概念和性质作出判断即可.

详解】对于A，加入点后，变量与预报变量相关性变弱，

但不能说，不具有线性相关性，所以A不正确

对于B，决定系数越接近于1，拟合效果越好，所以加上点后，决定系数变小，故B不正确；

对于C，从图中可以看出点较其他点，偏离直线远，所以加上点后，回归效果变差.

所以相关系数的绝对值越趋于0，故C正确；

对于D，残差平方和变大，拟合效果越差，所以加上点后，残差平方和变大，故D不正确；

故选：C.

5. 已知外接圆圆心为，且，，则向量在向量上的投影向量为（ ）

A.  B.  C.  D. 

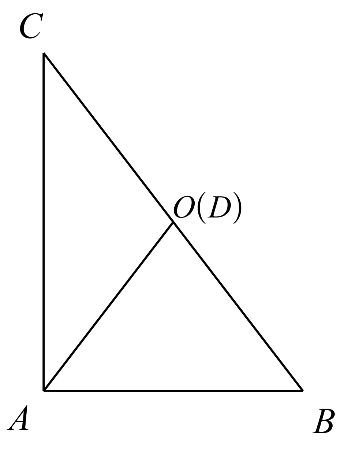
【答案】A

【解析】

【分析】设中点为，确定，为正三角形，再计算向量的投影得到答案.

【详解】设中点为，则，即，故边为圆的直径，

则，又，则为正三角形，

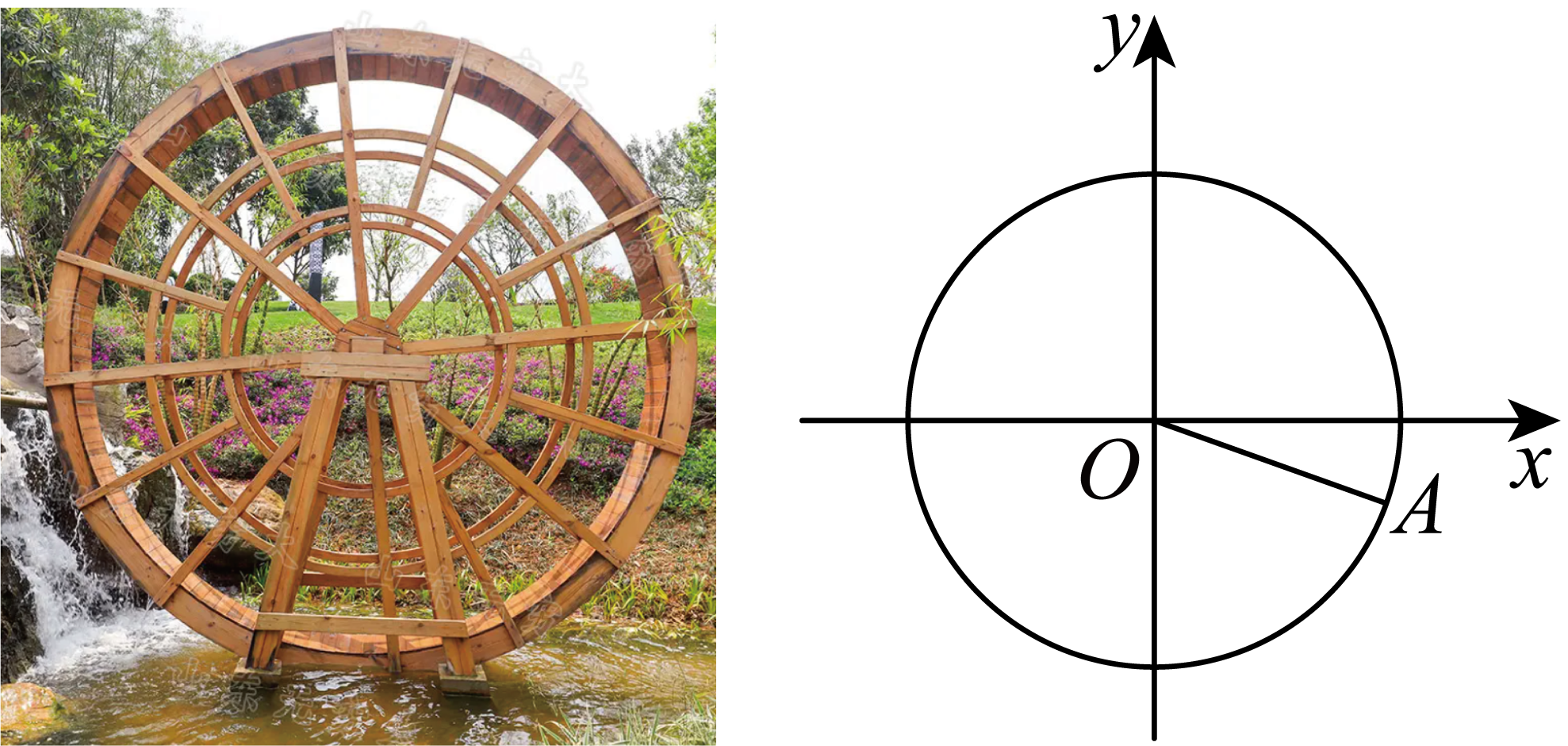


则有，

向量在向量上的投影向量，

故选：A

6. 古代农耕常用水车作为灌溉引水的工具，是人类的一项古老的发明，也是人类改造自然的成果之一.如图是一个半径为的水车，以水车的中心为原点，过水车的中心且平行于水平面的直线为轴，建立平面直角坐标系，一个水斗从点出发，沿圆周按逆时针方向匀速旋转，且旋转一周用时60秒.经过秒后，水斗旋转到点，设点的坐标为，其纵坐标满足，当秒时，（ ）



A.  B.  C.  D. 4

【答案】A

【解析】

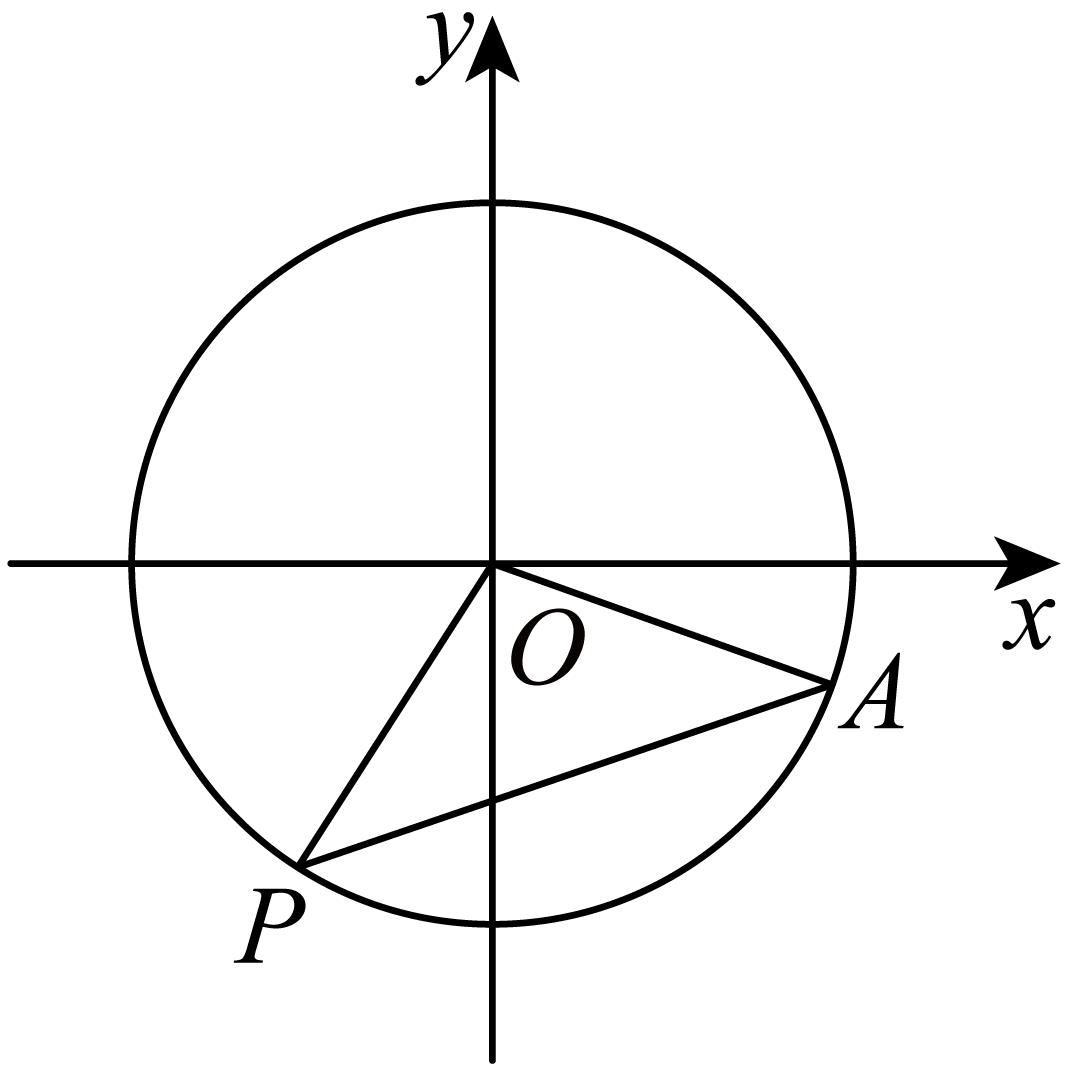
【分析】由点坐标求得半径，再由周期是60秒，经过45秒，就是旋转了个周期，由计算出图中（小于平角的那个），然后由勾股定理计算．

【详解】由已知，，

经过45秒后，即旋转了个周期，因此，如图，

所以，

故选：A．



7. 已知长方体，是棱的中点，平面将长方体分割成两部分，则体积较小部分与体积较大部分的体积之比为（ ）

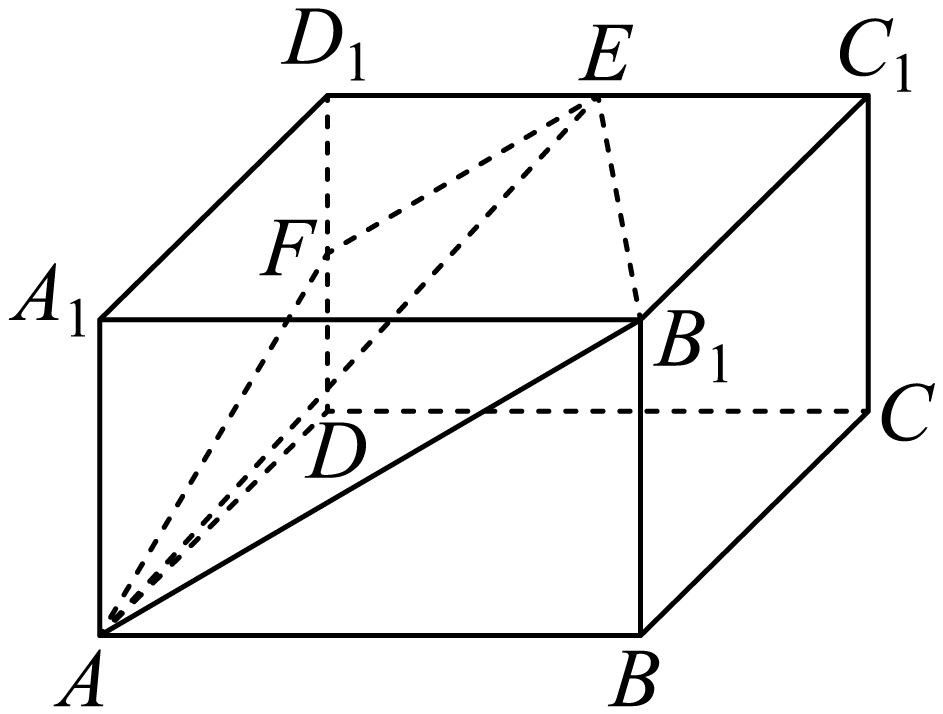
A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】依题意可知平面将长方体分割成的体积较小部分为三棱台，利用台体体积公式计算即可得出答.

【详解】取的中点为，连接，如下图所示：



由长方体性质可得，因此平面即为平面，

根据长方体性质，由相似比可知交于同一点，

所以长方体被平面割成的体积较小部分为三棱台，

设长方体的各棱长为，因此长方体的体积为；

再由棱台体积公式可得

，

可得较大部分的体积为；

因此体积较小部分与体积较大部分的体积之比为.

故选：D

8. 已知函数，，若有两个零点，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】根据给定条件，利用函数零点的定义，结合余弦函数的性质求出，再逐项计算判断即得.

【详解】由，得，而，则，，

，因此，解得，

由，得或，于是，

对于A，，A错误；

对于B，，B错误；

对于C，，C错误；

对于D，，D正确.

故选：D

【点睛】关键点点睛：利用余弦函数的性质，结合零点的意义求出两个零点是解题之关键.

**二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 已知，，则下列说法正确的是（ ）

A. 若，则

B. 若，则

C. 若，则

D. 若，则

【答案】ACD

【解析】

【分析】由基本不等式判断AB选项，由不等式的基本性质判断CD选项.

【详解】当且仅当时取等号，A选项正确；

当且仅当时取等号，B选项错误；

∵，∴，∴，∵，∴，，∴，∴，C选项正确；

∵，∴，∴，D选项正确.

故选：ACD.

10. 现有一个抽奖活动，主持人将奖品放在编号为1、2、3的箱子中，甲从中选择了1号箱子，但暂时未打开箱子，主持人此时打开了另一个箱子（主持人知道奖品在哪个箱子，他只打开甲选择之外的一个空箱子）.记表示第号箱子有奖品，表示主持人打开第号箱子.则下列说法正确的是（ ）

A. 

B. 

C. 若再给甲一次选择的机会，则甲换号后中奖概率增大

D. 若再给甲一次选择的机会，则甲换号后中奖概率不变

【答案】BC

【解析】

【分析】根据给定条件，利用古典概率公式，结合条件概率和全概率公式及逐项判断即可.

【详解】对于A，甲选择1号箱，奖品在2号箱里，主持人打开3号箱的概率为1，即，A错误；

对于B，，，，，

则，

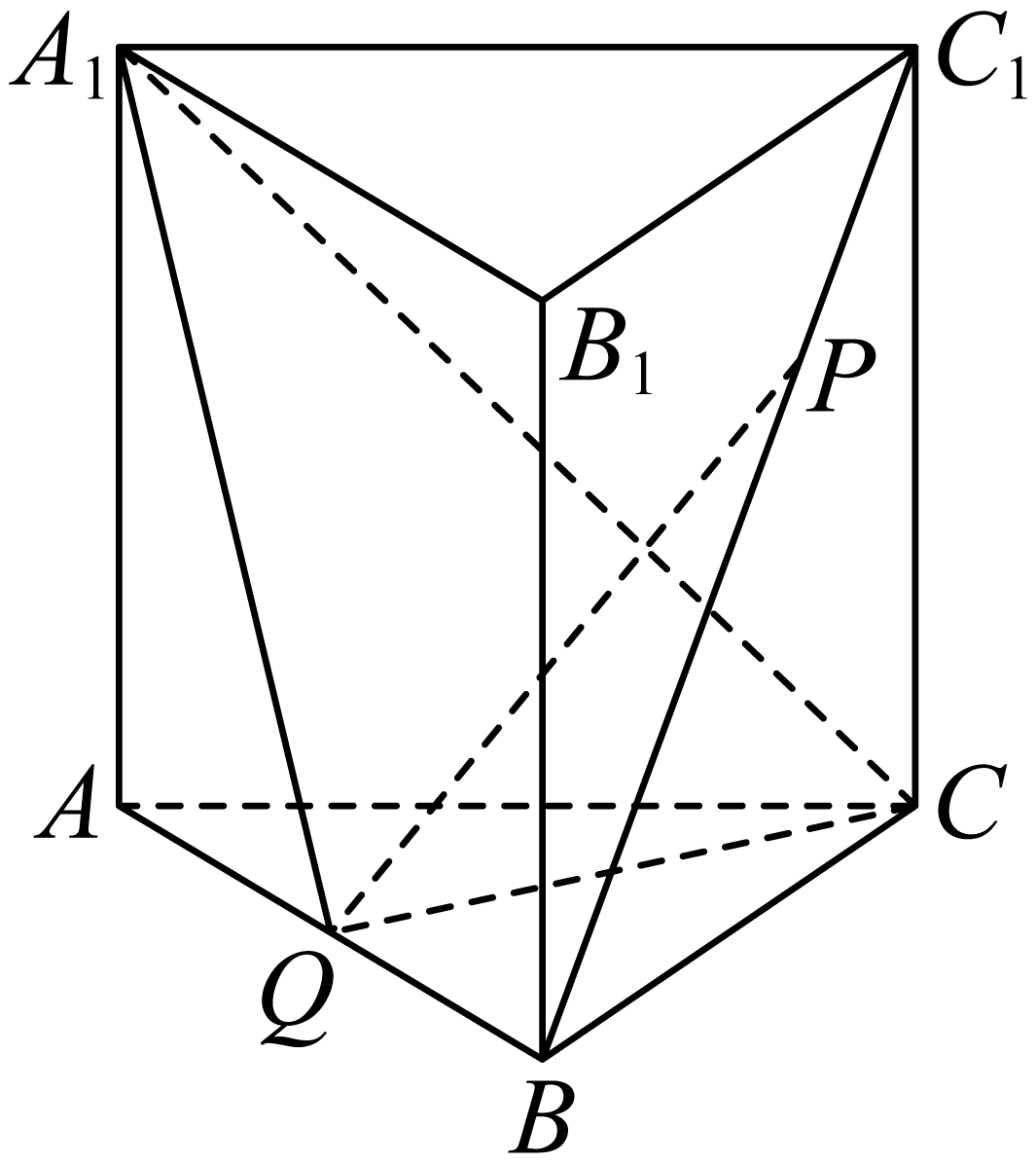
因此，B正确；

对于CD，若继续选择1号箱，获得奖品的概率为，主持人打开了无奖品的箱子，

若换号，选择剩下的那个箱子，获得奖品的概率为，甲换号后中奖概率增大，C正确，D错误.

故选：BC

11. 如图，在直三棱柱中，，，是线段的中点，是线段上的动点（含端点），则下列命题正确的是（ ）



A. 三棱锥的体积为定值

B. 在直三棱柱内部能够放入一个表面积为的球

C. 直线与所成角的正切值的最小值是

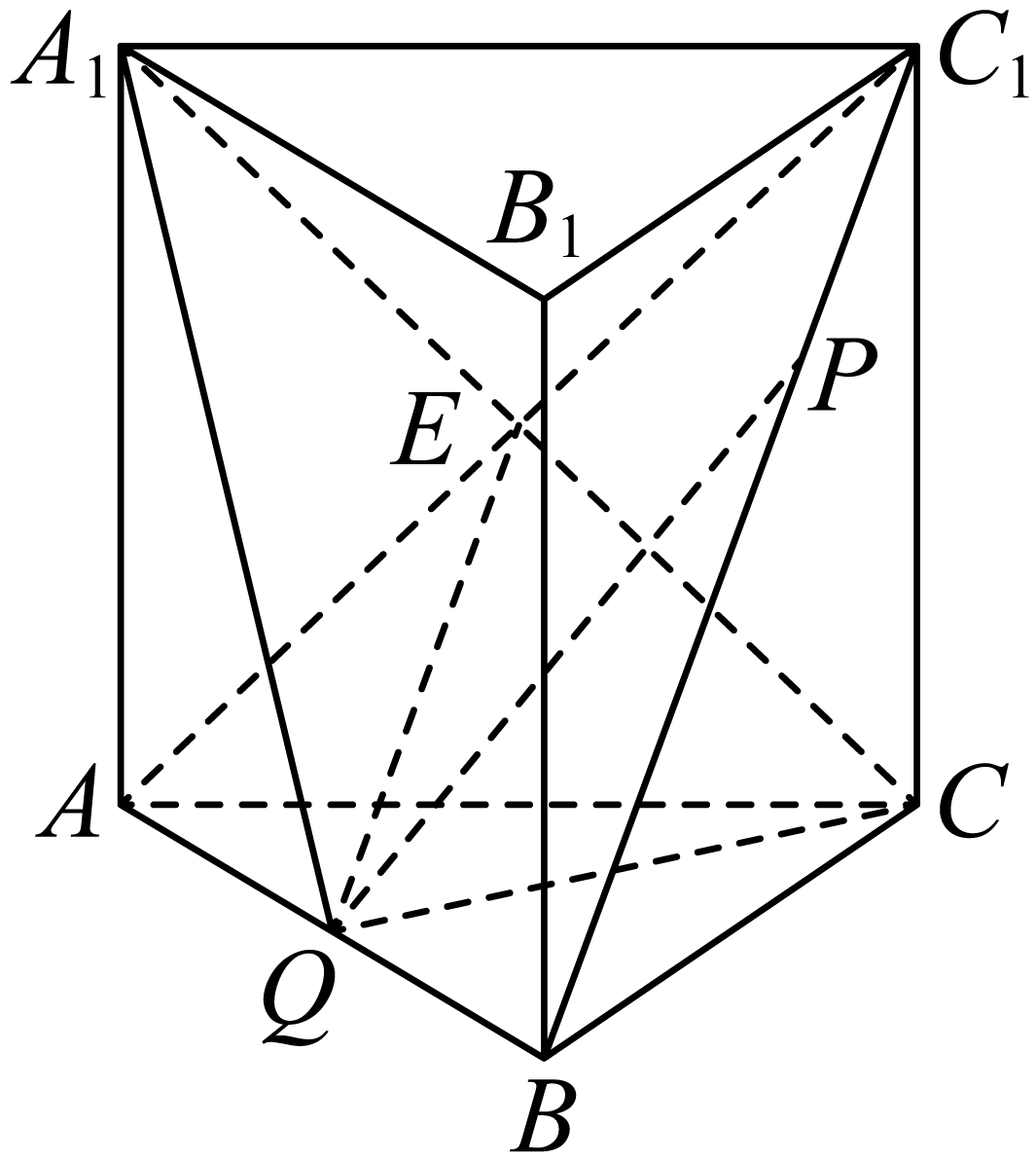
D. 的最小值为

【答案】ACD

【解析】

【分析】证明出平面，结合锥体体积公式可判断A选项；计算出的外接圆半径，并与球的半径比较大小，可判断B选项；利用空间向量法可判断C选项；作点关于平面的对称点，可知，然后将平面和平面延展为一个平面，结合余弦定理可判断D选项.

【详解】对于A选项，如下图所示，连接交于点，连接，



因为四边形为平行四边形，则为的中点，

又因为为的中点，则，

因为平面，平面，则平面，

因为，则点到平面的距离等于点到平面的距离，为定值，

又因为的面积为定值，故三棱锥的体积为定值，A对；

对于B选项，因为，，则，

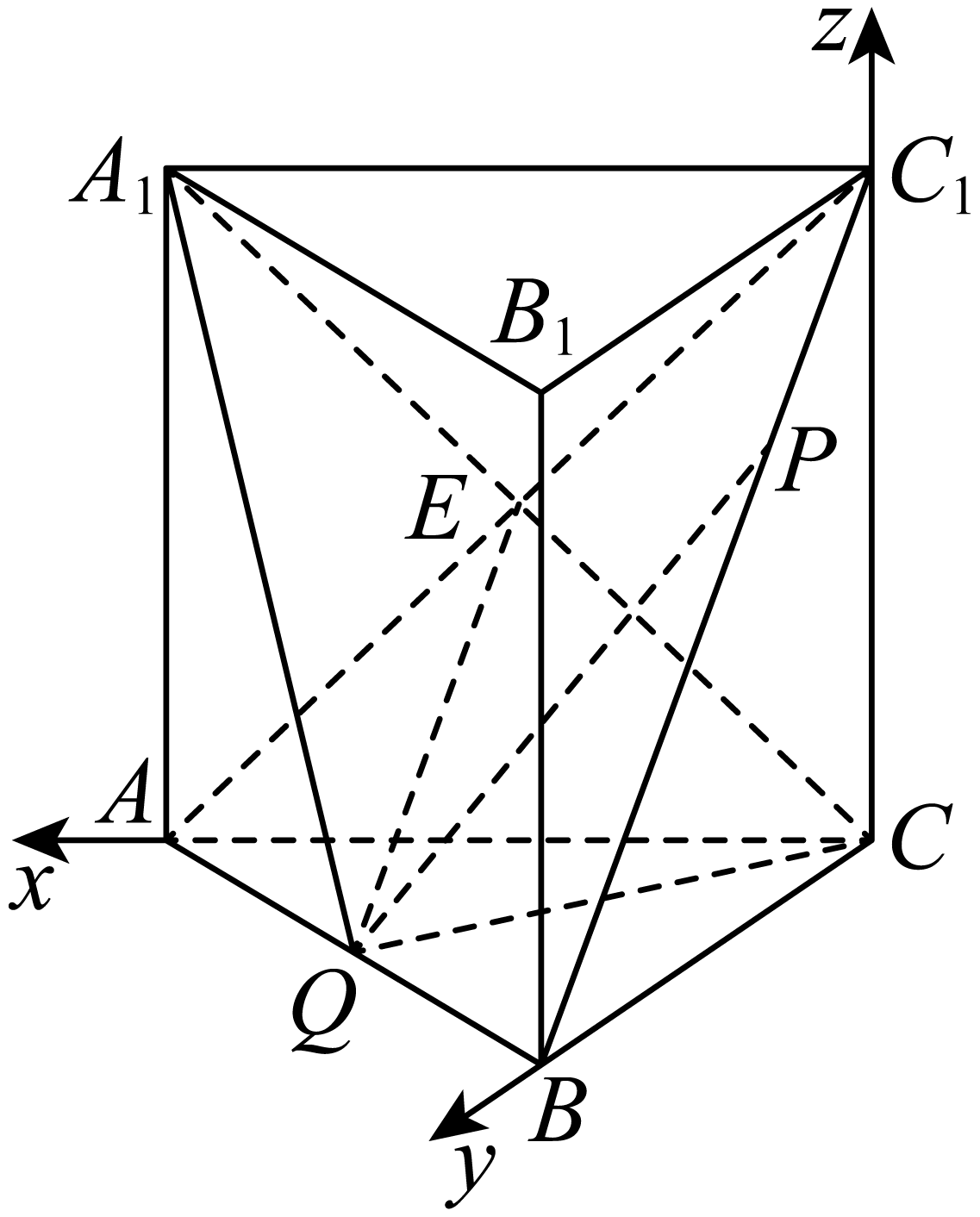
且表面积为的球的半径为，

的内切圆半径为，

所以，直三棱柱内部不能放入一个表面积为的球，B错；

对于C选项，因为平面，，

以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，



则、、、、，

设，其中，

则，

设直线与所成角为，

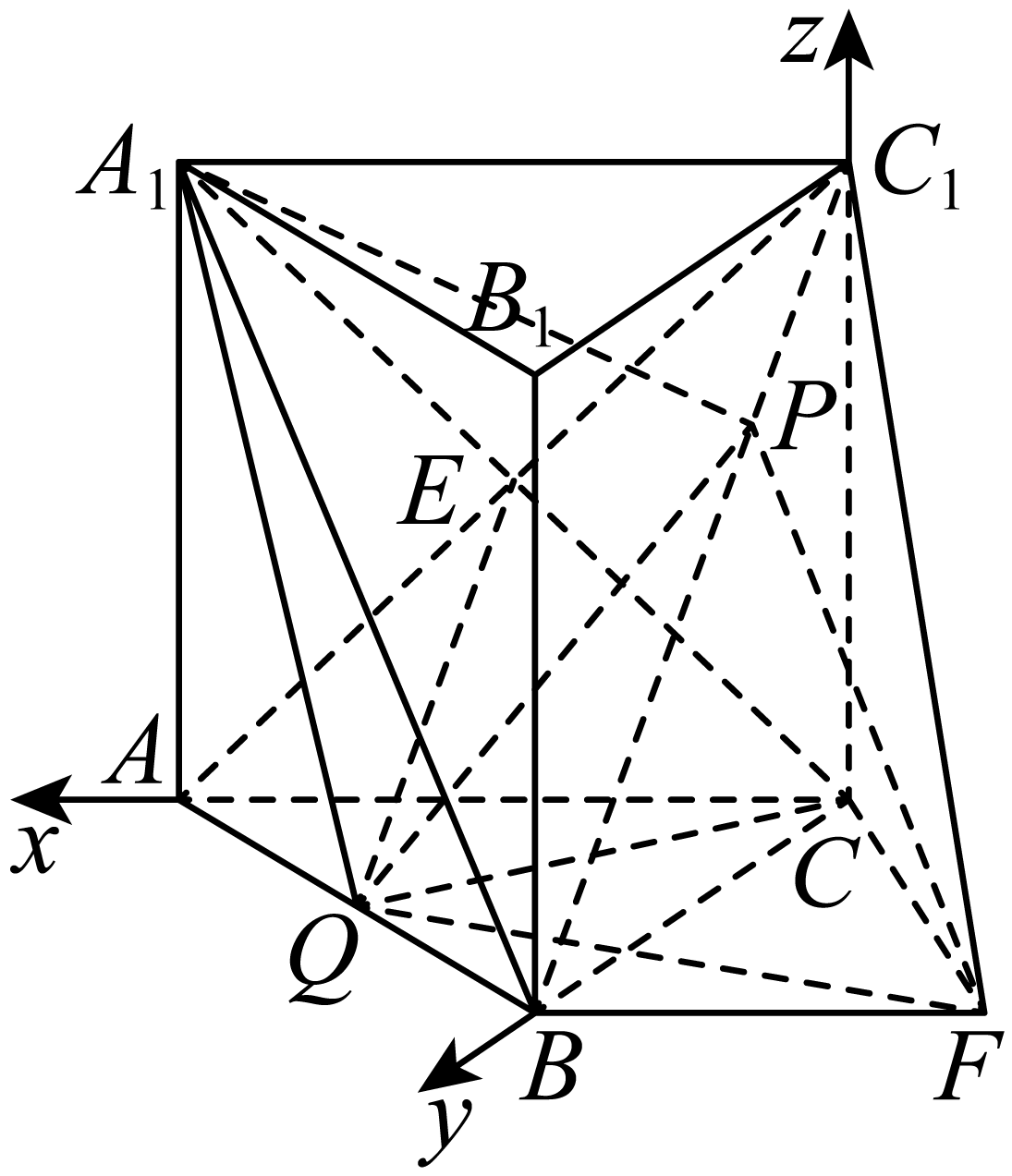
所以，，

当时，取最大值，此时，取最小值，取最大值，

此时，，，

所以，直线与所成角的正切值的最小值是，C对；

对于D选项，点关于平面的对称点为，则，



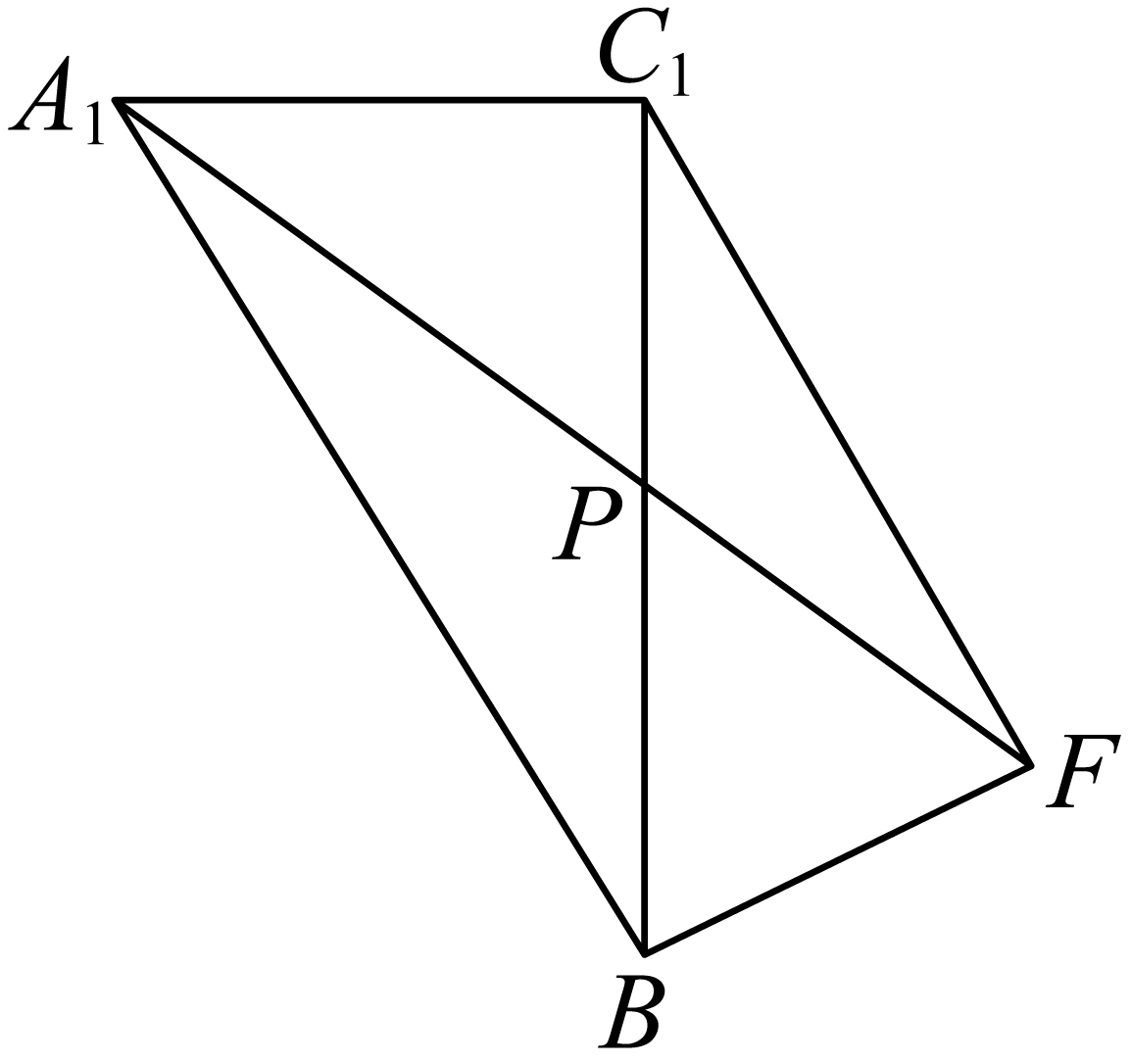
，，

所以，，则，

因为平面，，则平面，

因为平面，则，

将平面和平面延展为一个平面，如下图所示：



在中，，，，

由余弦定理可得

，

当且仅当、、三点共线时，取最小值，

故的最小值为，D对.

故选：ACD.

【点睛】（1）计算多面体或旋转体的表面上折线段的最值问题时，一般采用转化的方法进行，即将侧面展开化为平面图形，即“化折为直”或“化曲为直”来解决，要熟练掌握多面体与旋转体的侧面展开图的形状；

（2）对于几何体内部折线段长的最值，可采用转化法，转化为两点间的距离，结合勾股定理求解.

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 在的展开式中，的系数为，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】5

【解析】

【分析】由二项式的展开式，令的次数为1，此时的系数等于10建立等式，解出的值.

【详解】，

令，则，

∴.

故答案为：5.

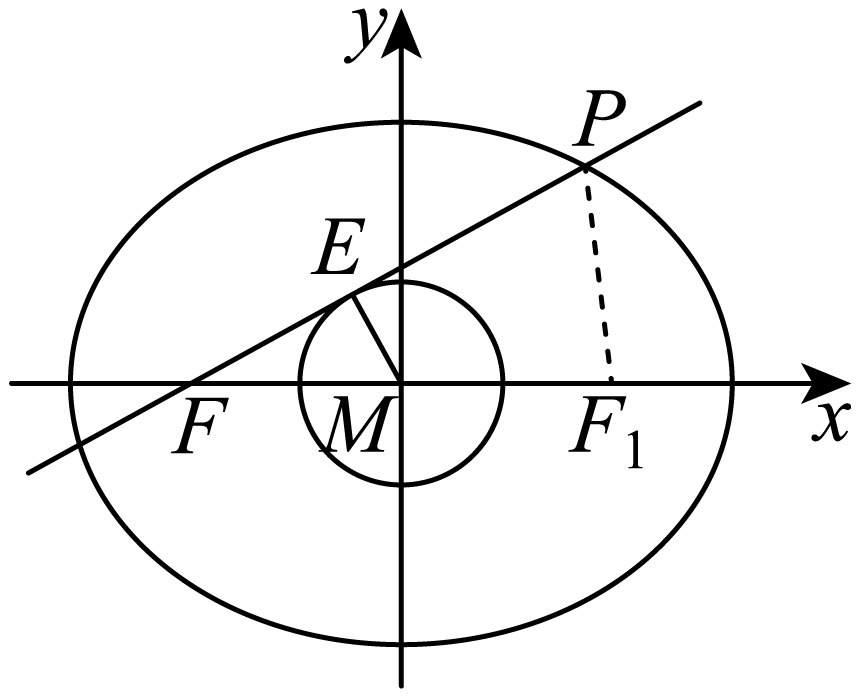
13. 已知椭圆：，过左焦点作直线与圆：相切于点，与椭圆在第一象限的交点为，且，则椭圆离心率为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由题意利用直线与圆相切可得，再由余弦定理计算得出，利用椭圆定义即可得出离心率.

【详解】设椭圆右焦点为，连接，如下图所示：



由圆：可知圆心，半径；

显然，且，

因此可得，所以，可得；

即可得，又易知；

由余弦定理可得，

解得，

再由椭圆定义可得，即，

因此离心率.

故答案为：

14. 若，已知数列中，首项，，，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】158

【解析】

【分析】利用已知确定数列的通项公式，得出，，由函数解析式得出，结合倒序相加法求和．

【详解】，则，

所以，整理得，

即是常数数列，又，

所以，，

，

则，

所以，

又，所以，，

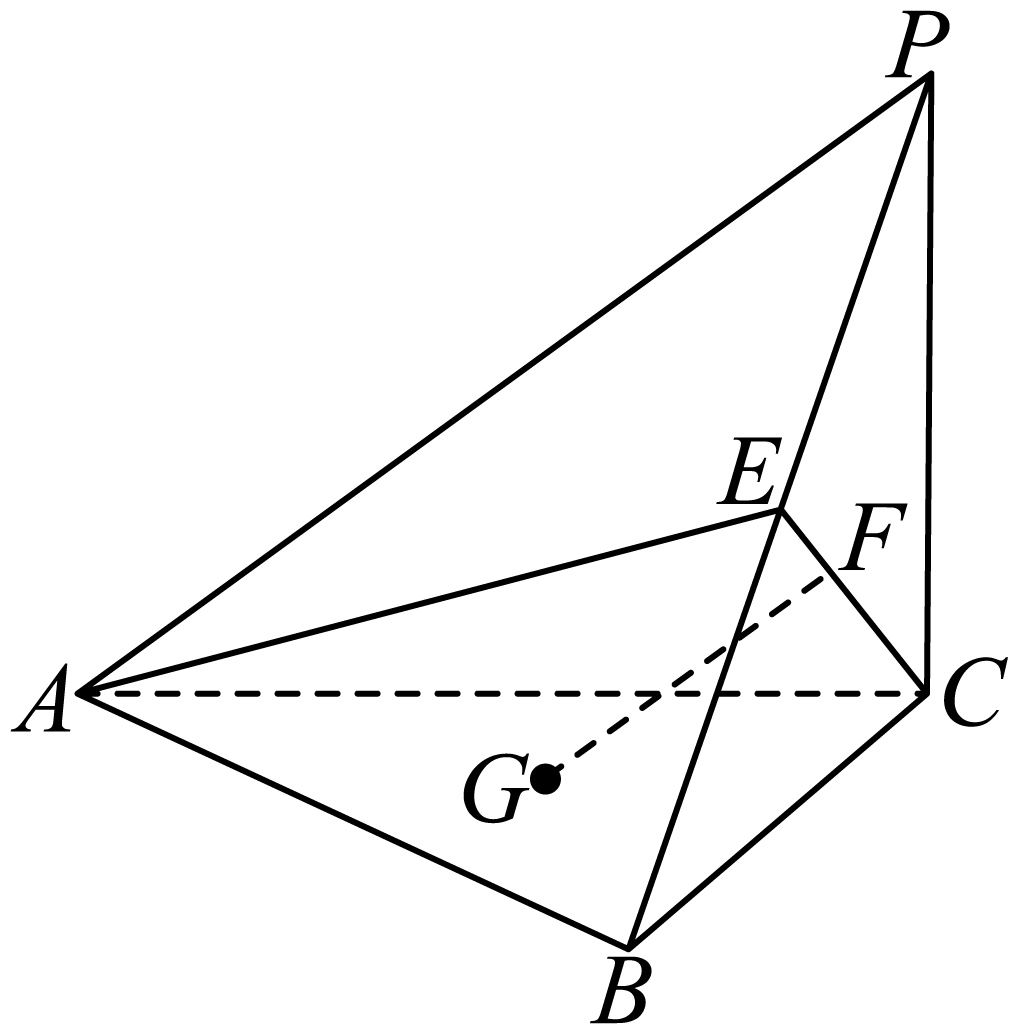
所以，

所以．

故答案为：158．

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15. 如图，在三棱锥中，底面是边长为2的等边三角形，平面，点是的中点，点在线段上且，为三角形的重心.



（1）求证：平面；

（2）当的长为何值时，二面角的大小为.

【答案】（1）证明见解析；

（2）3

【解析】

【分析】（1）根据重心性质以及线段比可知是的重心，再利用线段比例关系以及线面平行判定定理可得结论；

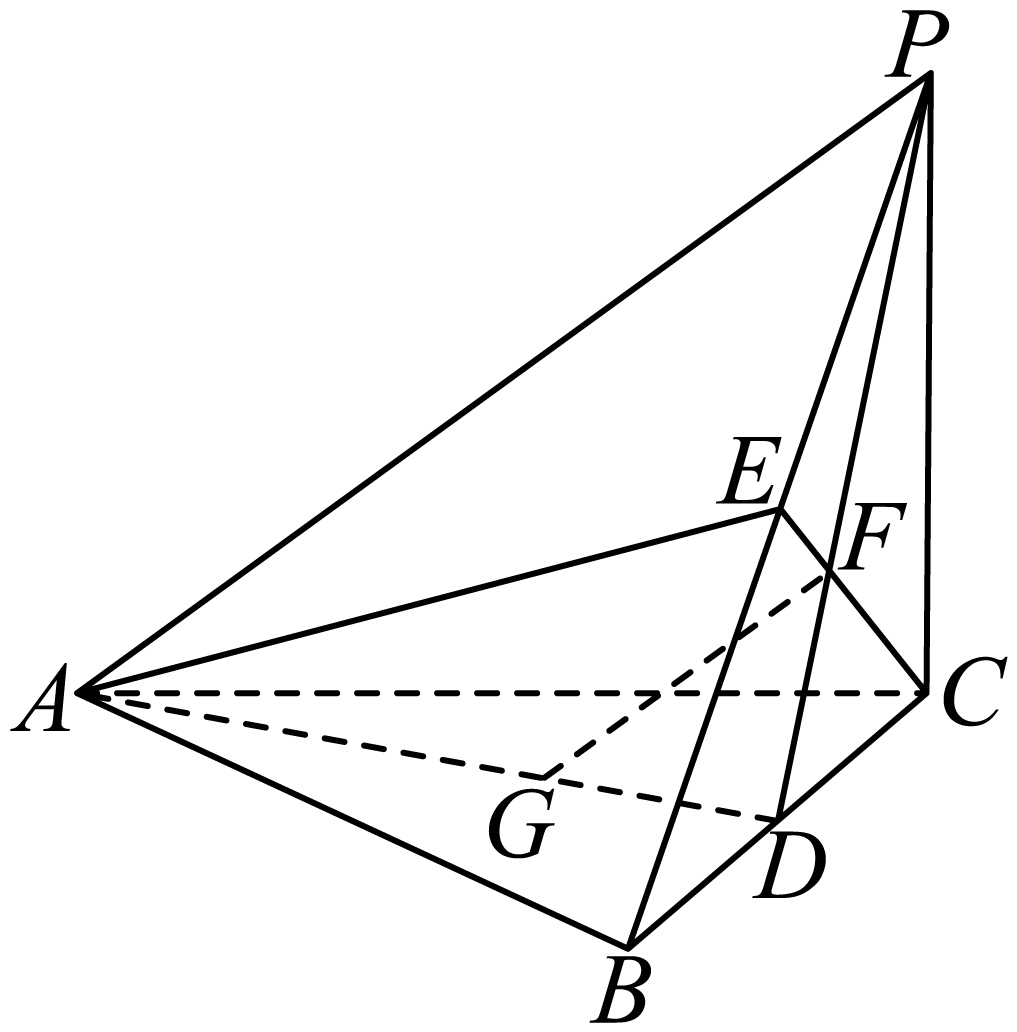
（2）建立空间直角坐标系利用二面角的向量求法，由二面角的大小为解方程即可得满足题意.

【小问1详解】

连接交于点，由重心性质可得是的中点，

又点是的中点，点在线段上且，可知是的重心；

连接，可知点在上，如下图所示：



由重心性质可得，，所以；

又平面，平面，

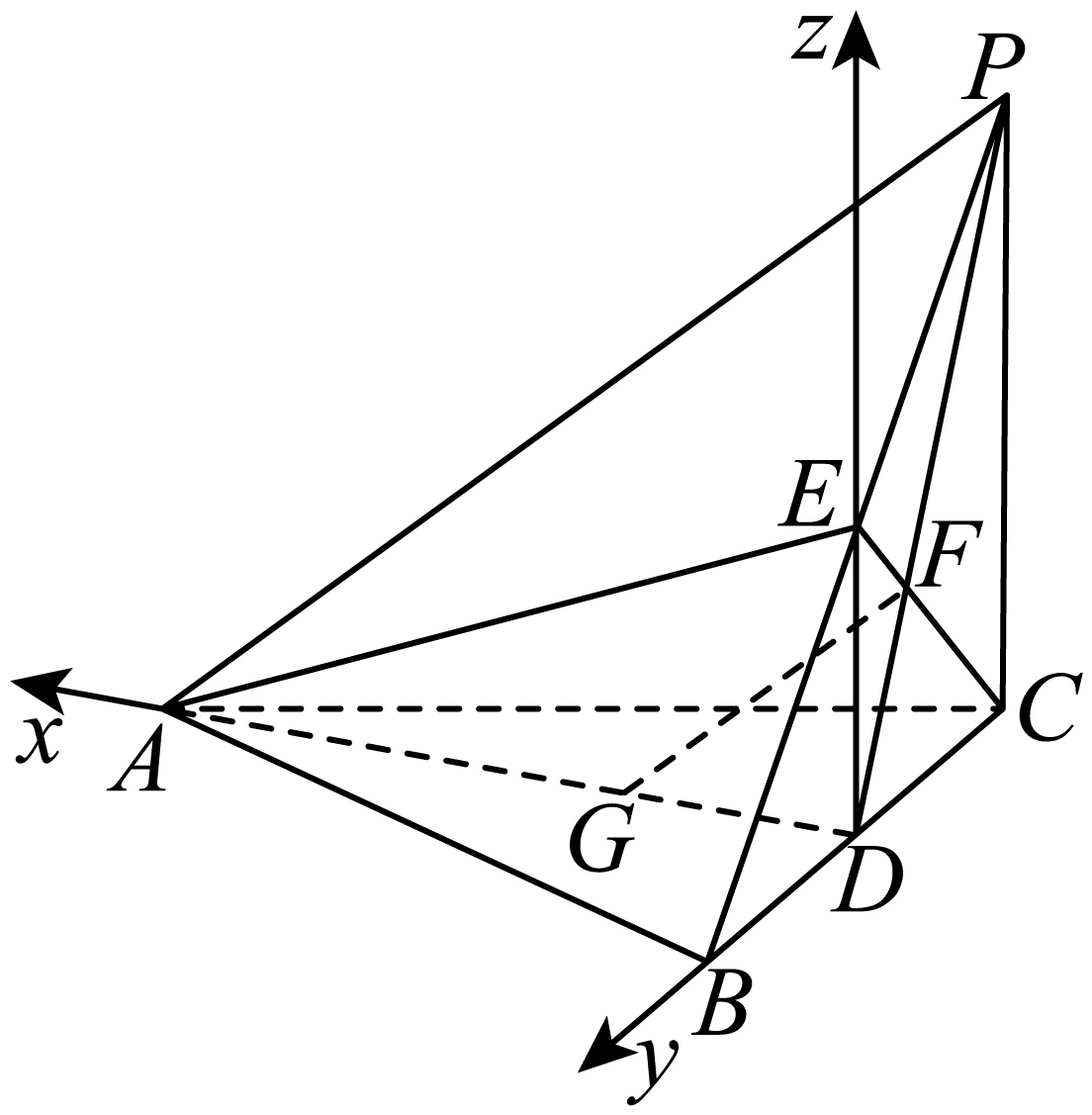
所以平面；

【小问2详解】

因为底面是边长为2的等边三角形，所以；

又平面，且分别为的中点，所以可得平面；即两两垂直；

以为坐标原点，所在直线分别为轴建立空间直角坐标系，如下图所示：



设的长为，

则可得，所以；

所以，

设平面的一个法向量为，

则，令，可得，

即可取，

易知平面的一个法向量为；

所以，解得或（舍）；

即当的长为3时，二面角的大小为.

16. 在中，角对应的的三边分别是，，，且.

（1）求角的值；

（2）若，，求的面积.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）利用正弦定理以及三角恒等变换可求得，可得；

（2）根据可求得，，再利用切弦互化以及正弦定理可得，，再利用正弦定理可求得边长即求出面积.

【小问1详解】

根据题意由正弦定理可得，

整理可得，

即，所以；

可得，又，所以，

又，因此.

【小问2详解】

由三角形内角关系可得，

由可得，解得或；

当时，，又，所以两角均为钝角，不合题意；

因此，；

又，可得，同理；

由正弦定理可得，可得，

同理

因此的面积为.

17. 已知数列的首项是1，其前项和是，且，.

（1）求，的值及数列的通项公式；

（2）若存在实数，使得关于不等式，有解，求实数取到最大值时的值.

【答案】（1），，

（2）4或5

【解析】

【分析】（1）用累加法得到数列通项公式；

（2）求出数列前项和，列出不等式，构造函数利用导函数求最大值，并找到最大值点.

【小问1详解】

∵，∴

当时，，

即，

当时，也满足，

∴，

∴，.

【小问2详解】

由（1）可知，

∴，∴

令，

，当时，，当时，

∵

∴的最大值为70，即当或时，取得最大值70，

∴取得最大值时，取4或5.

18. 已知函数.

（1）当时，求曲线在点处的切线方程；

（2）若，，证明：；

（3）若，恒有，求实数的取值范围.

【答案】（1）；

（2）证明见解析； （3）．

【解析】

【分析】（1）直接求出导函数，计算和，由点斜式得直线方程并整理为一般式；

（2）在题设条件下证明，是减函数，，再证明即得证；

（3）时，由说明递减，不等式不可能恒成立，时，由（2）得出时，，的大于1的根记为（是地，），证明时，，时，，由确定的单调性，，时，由完成证明，时，由确定．综合后得出结论．

【小问1详解】

时，，

，

，又，

所以切线方程为，即；

【小问2详解】

，

时，递增函数，因此，，

又，所以，在上递减，

，

因为，所以，

从而；

【小问3详解】

，，

当时，，在上是减函数，

当时，，因此不可能恒成立，

时，由得，

记，，

则有两个实根，一根小于1，一根大于1，

大于1的根为，易知它是关于的减函数，

注意到在上是增函数，且，

即时，，时，，

所以时，，递减，时，，递增，

所以，

时，，此时，

记，在上递减，在上递增，且，

因此

当时，，，

当时，，，

综上，时，恒成立

所以的取值范围是．

【点睛】难点点睛：本题考查用导数求切线方程，研究不等式恒成立问题，难度较大．第（3）小题的求解，一般由完成，但本题中，难点一是确定函数值是何时取得的，结合（2）的求解，得出时，，难点二是在分类讨论和的结论时需要用两种不同的思路，时，最小值作为的函数是递增的，得出，然后由的单调性得证，时，先由的单调性得出．

19. 直线族是指具有某种共同性质的直线的全体，例如表示过点的直线族（不包括直线轴），直线族的包络曲线定义为：直线族中的每一条直线都是该曲线上某点处的切线，且该曲线上的每一点处的切线都是该直线族中的某条直线.

（1）圆：是直线族的包络曲线，求，满足的关系式；

（2）若点不在直线族的任意一条直线上，求的取值范围及直线族的包络曲线的方程；

（3）在（1）（2）的条件下，过曲线上动点向圆做两条切线，，交曲线于点，，求面积的最小值.

【答案】（1）

（2），曲线的方程为.

（3）

【解析】

【分析】（1）根据直线与圆相切得到方程，化简即可；

（2）转化为方程无实数解，则判别式小于0，则得到范围，再根据直线族：为抛物线的切线即可；

（3）设，，，根据直线与圆相切得到，再将直线与联立得得到，再根据弦长公式得到面积表达式，最后利用导数求出其最值即可.

【小问1详解】

由题可得，直线族为圆*M*的切线，

故满足，，所以满足．

【小问2详解】

将点代入，可得关于的方程，

因为点不在直线族上，故方程无实数解，

所以，那么，故，

因为区域的边界为抛物线，

下证：是的包络曲线．

证明：联立直线与，可得，所以，

故直线族：为抛物线的切线.

因此直线族的包络曲线的方程为.

【小问3详解】

设，，，

则，

故

由直线与相切，所以，

整理得，①

同理可得，，②

由①②可得直线．

直线与联立得，（显然）

可得，

由韦达定理可得．

因此，

由于点到直线的距离，

所以面积为，

令，则，

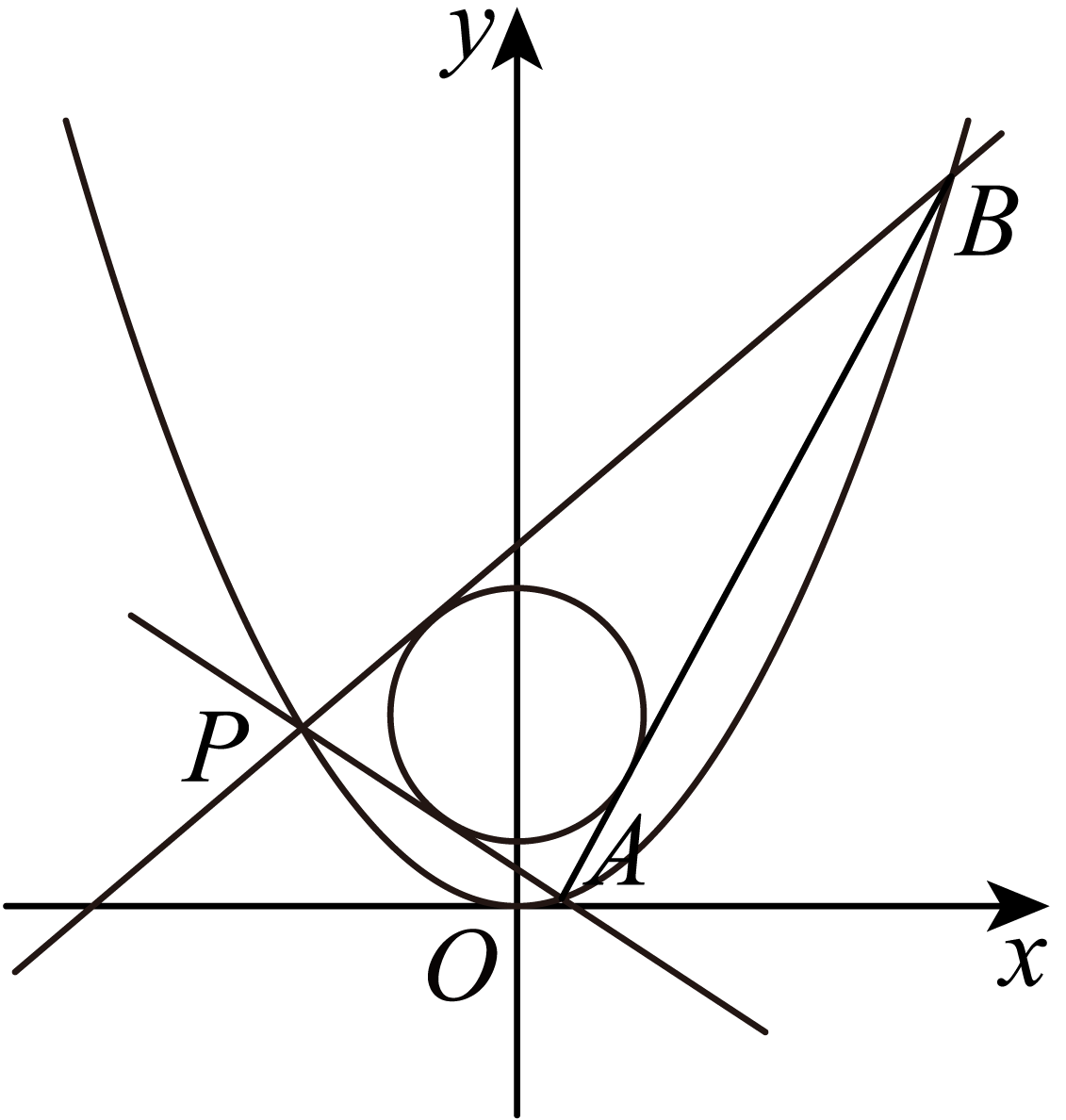
由，解得，

当，，当，，

所以在上单调递减，在上单调递增，

那么（当且仅当时取到），

所以面积的最小值是.

 【点睛】关键点点睛：本题第三问的关键是通过相切得到方程，从而得到直线的方程，再联立抛物线得到得到韦达定理式，最后利用弦长公式得到面积表达式，利用导数求出最值即可.