2024-2025学年浙江“台州11月质检”数学仿真卷

数学·全解

第Ⅰ卷

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1．已知集合，则*A*∩*B*＝（　　）

A． B．{﹣1，0，1} C．{0，1，2} D．{0，1}

【答案】*C*

【解】：*B*＝{*x*∈**N**|*x*2≤4}＝{*x*∈**N**|﹣2≤*x*≤2}＝{0，1，2}，

又∵*A*＝{*x*|*x*}，∴*A*∩*B*＝{0，1，2}．故选：*C*．

2．已知复数*z*，*i*为虚数单位，则|*z*|＝（　　）

A．2 B．2 C．2 D．2

【答案】*C*

【解】：*z*2+4*i*，∴|*z*|2，故选：*C*．

3．已知，，若在上的投影向量为，则与的夹角为（　　）

A．60° B．120° C．135° D．150°

【答案】*B*

【解】：设与的夹角为θ，θ∈[0，π]，在上的投影向量为，

则，即，解得cos，所以与的夹角为120°．故选：*B*．

4．已知*a*，*b*∈**R**，则“*b*＞|*a*|”是“*a*2＜*b*2”的（　　）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

【答案】*A*

【解】：若*b*＞|*a*|，则*b*＞|*a*|≥0，两边平方可得*b*2＞*a*2，即*a*2＜*b*2，充分性成立；

反之，若*a*2＜*b*2，则可能*a*＞0，*b*＝﹣2*a*＜0，此时不能推出*b*＞|*a*|，故必要性不成立．

综上所述，“*b*＞|*a*|”是“*a*2＜*b*2”的充分不必要条件．故选：*A*．

5．开学初，学校将新转学来的*A*、*B*等五名同学分配到甲、乙、丙、丁四个不同的班级，每个班至少分一人，则*A*、*B*两人被各自单独分往一个班级的不同分配方法种数有（　　）

A．36种 B．48种 C．72种 D．144种

【答案】*C*

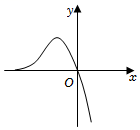
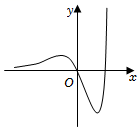
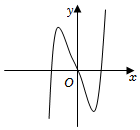
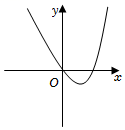
【解】：因为*A*、*B*两人被各自单独分往一个班级，

首先将剩余3名学生分成2组，有种分组方法，

再将4组学生分配到4个不同的班级有种，

所以*A*、*B*两人被各自单独分往一个班级的不同分配方法种数有3×24＝72种．故选：*C*．

6．函数*f*（*x*）＝（*x*2﹣2*x*）*ex*的图像大致是（　　）

A．B．C．D．

【答案】*B*

【解】：由*f*（*x*）＝0得*x*2﹣2*x*＝0得*x*＝0或*x*＝2，排除*C*，*A*，

当*x*→﹣∞，*f*（*x*）→0，排除*D*，故选：*B*．

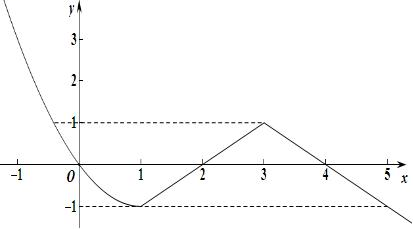
7．已知函数*f*（*x*），若关于*x*的方程*f*（*x*）﹣*f*（1﹣*a*）＝0至少有两个不同的实数根，则*a*的取值范围是（　　）

A． B．[﹣1，1] C． D．

【答案】*D*

【解】：因为*f*（*x*），

作出函数的图象，如图所示：



由此可知函数*y*＝*f*（*x*）在（﹣∞，1）和（3，+∞）上单调递减，在（1，3）上单调递增，

且*f*（1）＝﹣1，*f*（3）＝1，

又因为关于*x*的方程*f*（*x*）﹣*f*（1﹣*a*）＝0至少有两个不同的实数根，

所以*f*（*x*）＝*f*（1﹣*a*）至少有两个不同的实数根，

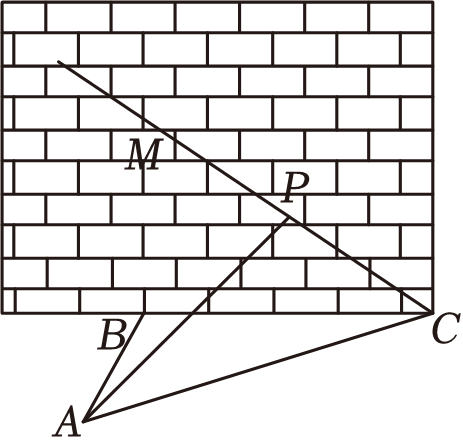
即*y*＝*f*（*x*）的图象与*y*＝*f*（1﹣*a*）至少有两个不同的交点，所以﹣1≤*f*（1﹣*a*）≤1，

又因为当*x*≤1时，*f*（*x*）＝*x*2﹣2*x*，令*x*2﹣2*x*＝1，可得*x*＝1；

当*x*≥3时，*f*（*x*）＝4﹣*x*，令4﹣*x*＝﹣1，解得*x*＝5，

又因为﹣1≤*f*（1﹣*a*）≤1，所以11﹣*a*≤5，解得﹣4≤*a*．故选：*D*．

8．如图，某人匍匐在垂直于水平地面*ABC*的墙面前的点*A*处进行射击训练．已知点*A*到墙面的距离为*AB*，某目标点*P*沿墙面上的射线*CM*匀速移动，此人为了准确瞄准目标点*P*，需计算由点*A*观察点*P*的仰角θ的大小．若*AB*＝15*m*，*AC*＝25*m*，∠*BCM*＝30°，则移动瞄准过程中tanθ的最大值为（仰角θ为直线*AP*与平面*ABC*所成角）（　　）



A． B． C． D．

【答案】*C*

【解】：∵*AB*＝15*cm*，*AC*＝25*cm*，∠*ABC*＝90°，∴*BC*＝20*cm*，

过*P*作*PP*′⊥*BC*，交*BC*于*P*′，连接*AP*′，则tanθ，

设*BP*′＝*x*，则*CP*′＝20﹣*x*，由∠*BCM*＝30°，得*PP*′＝*CP*′tan30°（20﹣*x*），

在直角△*ABP*′中，*AP*′，∴tanθ•，

令*y*，则函数在*x*∈[0，20]单调递减，

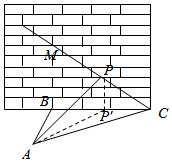
∴*x*＝0时，取得最大值为，

若*P*′在*CB*的延长线上，*PP*′＝*CP*′tan30°（20+*x*），

在直角△*ABP*′中，*AP*′，∴tanθ•，

令*y*，则*y*′＝0可得*x*时，函数取得最大值，

则tanθ的最大值是．故选：*C*．



二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9．在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为“连续7日，每天新增疑似病例不超过5人”．根据过去连续7天的新增疑似病例数据信息，下列各项中，一定没有发生大规模群体感染的是（　　）

A．众数为1且中位数为4 B．平均数为3且极差小于或等于2

C．标准差为且平均数为2 D．平均数为2且中位数为3

【答案】*BCD*

【解】：根据题意，设7天数据中，最小值为*a*，最大值为*b*，

依次分析选项：

对于*A*，数据1、1、1、4、5、6、7，满足众数为1且中位数为4，但不满足“每天新增疑似病例不超过5人”，不符合题意；

对于*B*，若数据的平均数为3，其数据的最小值*a*≤3，又由极差小于或等于2，故数据中的最大值*b*≤5，符合题意；

对于*C*，标准差为，则其方差为2，假设*b*≥6，则方差的最小值为2，与标准差为矛盾，故必有*b*≤5，符合题意；

对于*D*，假设设*b*≥6，由于其中位数为3，则平均数的最小值为（0+0+0+3+3+3+6）2，与平均数为2矛盾，故必有*b*≤5，符合题意．故选：*BCD*．

10．已知*f*（*x*）是定义在**R**上的函数，*f*′（*x*）是*f*（*x*）的导函数，给出如下四个结论，其中正确的是（　　）

A．已知*f*（*x*）＞0，且，则*f*（3）＜*f*（2）

B．若*f*′（*x*）0，且*f*（0）＝*e*，则函数*xf*（*x*）有极小值0

C．若*f*′（*x*）＞*f*（*x*），且*f*（1）＝*e*，则不等式*f*（*x*）＞*ex*的解集为（1，+∞）

D．若*xf*′（*x*）＞2*f*′（*x*）+*f*（*x*），则*f*（4）＞2*f*（3）

【答案】*BCD*

【解】：对于*A*，因为*f*（*x*）＞0，且，所以*f*′（*x*）＞0，*f*（*x*）在**R**上为增函数，

所以*f*（3）＞*f*（2），故*A*错误；

对于*B*，设*g*（*x*）＝*xf*（*x*），则*g*′（*x*）＝*f*（*x*）+*xf*′（*x*），

因为*f*′（*x*）0，所以0，

当*x*＜0时，*g*′（*x*）＝*f*（*x*）+*xf*′（*x*）＜0，当*x*＞0时，*g*′（*x*）＝*f*（*x*）+*xf*′（*x*）＞0，

所以函数*g*（*x*）在（﹣∞，0）上单调递减，在（0，+∞）上单调递增，

所以函数*g*（*x*）的极小值是*g*（0）＝0，故*B*正确；

对于*C*，令*g*（*x*），则*g*′（*x*），

因为*f*′（*x*）＞*f*（*x*），所以*g*′（*x*）＞0，所以*g*（*x*）在**R**上单调递增，

又*f*（1）＝*e*，所以*g*（1）1，所以不等式*f*（*x*）＞*ex*等价于*g*（*x*）＞*g*（1），

所以*x*＞1，即不等式的解集为（1，+∞），故*C*正确；

对于*D*，由*xf*′（*x*）＞2*f*′（*x*）+*f*（*x*），得（*x*﹣2）*f*′（*x*）﹣*f*（*x*）＞0，

令*g*（*x*），则*g*′（*x*）0，

所以函数*g*（*x*）在**R**上单调递增，

所以*g*（4）＞*g*（3），即*f*（3），即*f*（4）＞2*f*（3），故*D*正确．故选：*BCD*．

11．已知曲线Ω：*x*2+*y*2＝|*x*|+|*y*|，点*P*（*a*，*b*）在曲线Ω上，则下列结论正确的是（　　）

A．曲线Ω有4条对称轴 B．|*a*+*b*+3|的最小值是

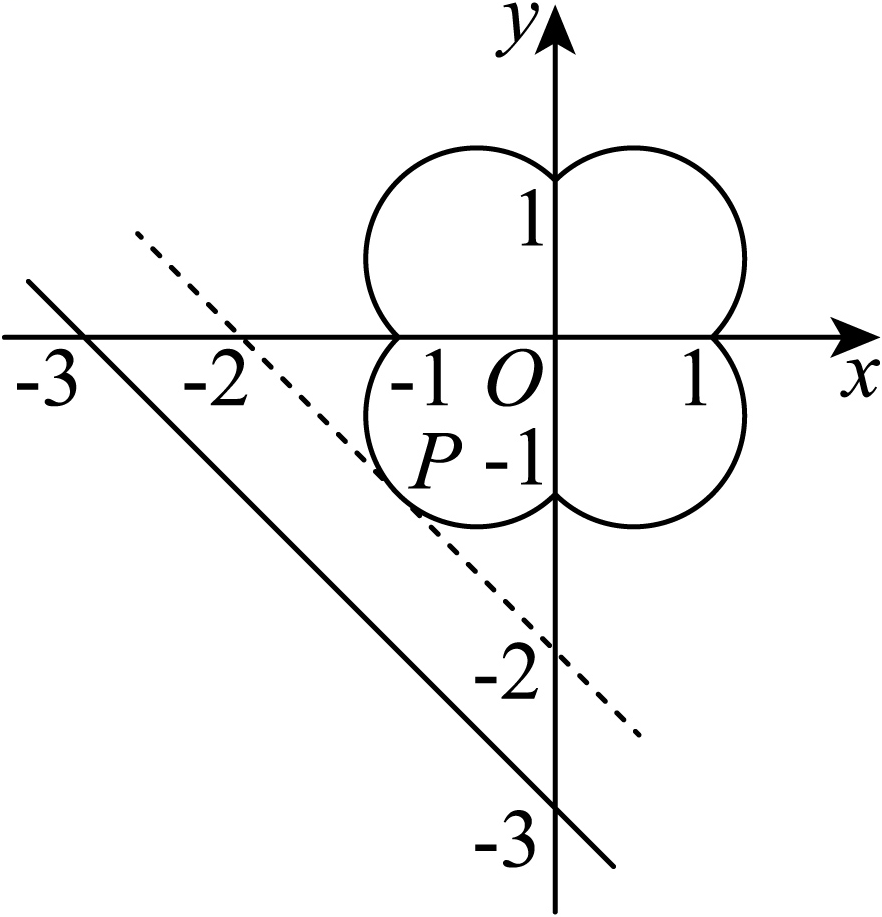
C．曲线Ω围成的图形面积为π+2 D．的最大值是1

【答案】*ACD*

【解】：当*x*＞0，*y*＞0时，曲线Ω：*x*2+*y*2＝|*x*|+|*y*|可化为*x*2+*y*2＝*x*+*y*，∴，

∴此时该曲线是以圆心为，为半径的圆在第一象限的部分，

又*x*2+*y*2＝|*x*|+|*y*|图象关于*x*轴，*y*轴对称，∴曲线Ω的图形如图所示：



对于*A*选项，由图象可得该曲线Ω关于*x*轴，*y*轴，*y*＝*x*和*y*＝﹣*x*对称，

∴该曲线Ω有4条对称轴，∴*A*选项正确；

对于*B*选项，∵|*a*+*b*+3|表示曲线Ω上的点*P*到直线*x*+*y*+3＝0的距离的倍，

数形结合可得：当*P*（*a*，*b*）为（﹣1，﹣1）时，距离最小值为，

∴|*a*+*b*+3|的最小值为，∴*B*选项错误；

对于*C*选项，∵曲线Ω围成的图形由四个直径为的半圆和一个边长为的正方形组成，

∴其面积为，∴*C*选项正确；

对于*D*选项，设，则*k*表示点（2，0）与点*P*确定的直线的斜率，

设该直线方程为*y*＝*k*（*x*﹣2），∴数形结合可得：当*x*＞0，*y*＜0，即*x*2+*y*2＝*x*﹣*y*，

∴当圆心为，半径为的圆在第四象限的部分与直线相切时，

该切线的斜率是*k*的最大值，

由*d*＝*r*，可得，解得*k*＝1或（舍），

∴*k*的最大值为1，∴*D*选项正确．故选：*ACD*．

**第II卷（非选择题）**

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．已知cos（θ+π）＝2sin（θ﹣π），则　 　．

【答案】．

【解】：因为cos（θ+π）＝2sin（θ﹣π），所以﹣cosθ＝﹣2sinθ，

可得tanθ，sin2θ，cos2θ，

则．故答案为：．

13．已知袋中装有大小相同的红球，黄球和蓝球，从中随机摸取一个球，摸出红球或黄球的概率为0.58，摸出红球或蓝球的概率为0.82．则从中随机摸取一个球，摸出红球的概率为 　　；若每次随机摸取一个球，有放回地摸取两次，设*X*表示两次摸到红球的总数，则*E*（*X*）＝　　．

【答案】；．

【解】：设红球个数为*x*，黄球个数为*y*，蓝球个数为*z*，

则，两式相加得11.4，即摸出红球的概率为0.4；

由题意知，*X*～*B*（2，），则*E*（*X*）＝2．

14．已知*a*＞1，若对于任意的*x*∈[，+∞），不等式4*x*﹣*ln*（3*x*）≤*aex*﹣*lna*恒成立，则*a*的最小值为　　．

【答案】．

【解】：4*x*﹣*ln*（3*x*）≤*aex*﹣*lna*恒成立⇔3*x*﹣*ln*（3*x*）≤*aex*﹣*lna*﹣*x*⇔3*x*﹣*ln*（3*x*）≤*aex*﹣*ln*（*aex*），

令*f*（*x*）＝*x*﹣*lnx*，*f*′（*x*）＝1，故*f*（*x*）在[1，+∞）上单调递增，

∵*a*＞1，*x*∈[，+∞），∴3*x*，*aex*∈[1，+∞），故3*x*≤*aex*⇔*a*恒成立，令*g*（*x*），

只需*a*≥*g*（*x*）*max*，由*g*′（*x*），故*x*＝1时，*g*（*x*）的最大值是，

故*a*，故*a*的最小值是，故答案为：．

四、解答题：本题共5小题，共77分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

15．已知函数．

（1）求*f*（*x*）的最小正周期和单调增区间；

（2）若函数*y*＝*f*（*x*）﹣*a*在存在零点，求实数*a*的取值范围．

【答案】（1）π，[*k*π，*k*π]，*k*∈**Z**．（2）[0，3]．

【解】：（1）因为函数*f*（*x*）＝6cos*x*sin（*x*）＝6cos*x*（sin*x*cos*x*）

sin2*x*﹣3＝3（sin2*x*cos2*x*）＝3sin（2*x*），

故它的最小正周期为*T*π，

令2*k*π2*x*2*k*π，求得*k*π*x*≤*k*π，*k*∈**Z**，

故*f*（*x*）的单调递增区间为：[*k*π，*k*π]，*k*∈**Z**．

（2）因为函数*y*＝*f*（*x*）﹣*a*在存在零点，即sin（2*x*），在[，]上有解．

当，2*x*∈[0，]，sin（2*x*）∈[0，1]，所以∈[0，1]，所以*a*∈[0，3]．

16．已知椭圆*C*：，过*Q*（﹣4，0）的直线*l*与椭圆*C*相交于*A*，*B*两点，且与*y*轴相交于*P*点．

（1）若，求直线*l*的方程；

（2）设*A*关于*x*轴的对称点为*C*，证明：直线*BC*过*x*轴上的定点．

【答案】见试题解答内容

【解答】解：（1）由题意可设直线*l*的方程为*y*＝*k*（*x*+4），联立椭圆方程*x*2+3*y*2﹣6＝0，

可得（1+3*k*2）*x*2+24*k*2*x*+48*k*2﹣6＝0，（\*）

设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2），由*Q*（﹣4，0），*P*（0，4*k*），，可得*x*1﹣0（﹣4﹣*x*1），

解得*x*1，代入方程（\*）可得（1+3*k*2）*k*2+48*k*2﹣6＝0，

解得*k*＝±，则直线*l*的方程为*y*＝±（*x*+4）；

（2）证明：由题设可得*C*（*x*1，﹣*y*1），

由（1）可得*x*1+*x*2，*x*1*x*2，

再由（1）可得直线*BC*的方程为*y*+*y*1（*x*﹣*x*1），

令*y*＝0，可得*x*

，故直线*BC*过*x*轴上的定点（，0）．

17．设*Sn*为数列{*an*}的前*n*项和，且*S*2＝8，2*Sn*＝（*n*+1）*an*+*n*﹣1．

（Ⅰ）求*a*1，*a*2并证明数列{*an*}为等差数列；

（Ⅱ）若不等式λ•2*n*﹣*Sn*＞0对任意正整数*n*恒成立，求实数λ的取值范围．

【答案】见试题解答内容

【解】：（*I*）∵2*S*2＝3*a*2+1，*S*2＝8，得*a*2＝5，∴*a*1＝3，

2*Sn*＝（*n*+1）*an*+*n*﹣1，又2*Sn*+1＝（*n*+2）*an*+1+*n*，

两式相减得2*an*+1＝（*n*+2）*an*+1﹣（*n*+1）*an*+1，即*nan*+1﹣（*n*+1）*an*+1＝0①，

∴（*n*+1）*an*+2﹣（*n*+2）*an*+1+1＝0②，

②﹣①得（*n*+1）*an*+2﹣（2*n*+2）*an*+1+（*n*+1）*an*＝0，

即*an*+2﹣2*an*+1+*an*＝0，即*an*+2﹣*an*+1＝*an*+1﹣*an*＝…＝*a*2﹣*a*1＝2，

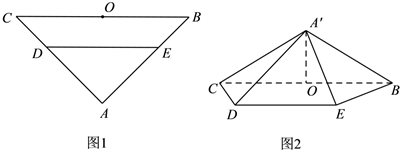
故数列{*an*}为首项为3，公差为2的等差数列，∴*an*＝2*n*+1；

（*II*）∵*an*＝2*n*+1，∴*Snn*（3+2*n*+1）＝*n*2+2*n*，

由λ•2*n*﹣*Sn*＞0得对任意正整数*n*恒成立，∴，

令，∴*bn*+1﹣*bn*，∴*b*1＜*b*2＞*b*3＞*b*4＞…，∴（*bn*）*max*＝*b*2＝2，∴λ＞2．

18．如图1，在等腰直角三角形*ABC*中，∠*A*＝90°，*BC*＝6，*D*，*E*分别是*AC*，*AB*上的点，为*BC*的中点．将△*ADE*沿*DE*折起，得到如图2所示的四棱锥*A*′﹣*BCDE*，其中．



（1）求证：*A*′*O*⊥平面*BCDE*；

（2）求二面角*A*'﹣*CD*﹣*B*的大小；（结果用反三角函数值表示）

（3）求点*B*到平面*A*′*CD*的距离．

【答案】（1）答案见解析；（2）二面角*A*'﹣*CD*﹣*B*的大小为；

（3）点*B*到平面*A*′*CD*的距离为．

【解】：（1）连接*OD*，*OE*，在等腰直角△*ABC*中，，

在△*COD*中，由余弦定理得，

在△*OBE*中，由余弦定理得*OE*，

∵，

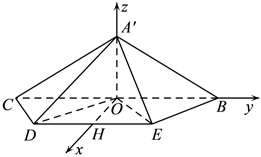
*A*'*O*2+*OD*2＝3+5＝8＝*A*'*D*2，*A*'*O*2+*OE*2＝3+5＝8＝*A*'*E*2，∴∠*A*'*OD*＝∠*A*'*OE*＝90°，

∴*A*'*O*⊥*OD*，*A*'*O*⊥*OE*，又*OD*∩*OE*＝*O*，*OD*⊂平面*BCDE*，*OE*⊂平面*BCDE*，

∴*A*′*O*⊥平面*BCDE*；

（2）取*DE*中点*H*，则*OH*⊥*OB*，

建立以*O*为坐标原点，以*OH*，*OB*，*OA*'所在直线分别为*x*，*y*，*z*轴的空间直角坐标系*O*﹣*xyz*，如图所示：



则，

平面*BCD*的一个法向量为，

设平面*A*′*CD*的法向量为，，

则，取*x*＝1，则，

∴平面*BCD*的一个法向量，

设二面角*A*'﹣*CD*﹣*B*的平面角为α，且由图形得α为锐角，

所以cosα＝|cos|，

故二面角*A*'﹣*CD*﹣*B*的大小为；

（3）由（2）得平面*A*′*CD*的一个法向量，

又*C*（0，﹣3，0），*B*（0，3，0），则，

∴点*B*到平面*A*′*CD*的距离为．

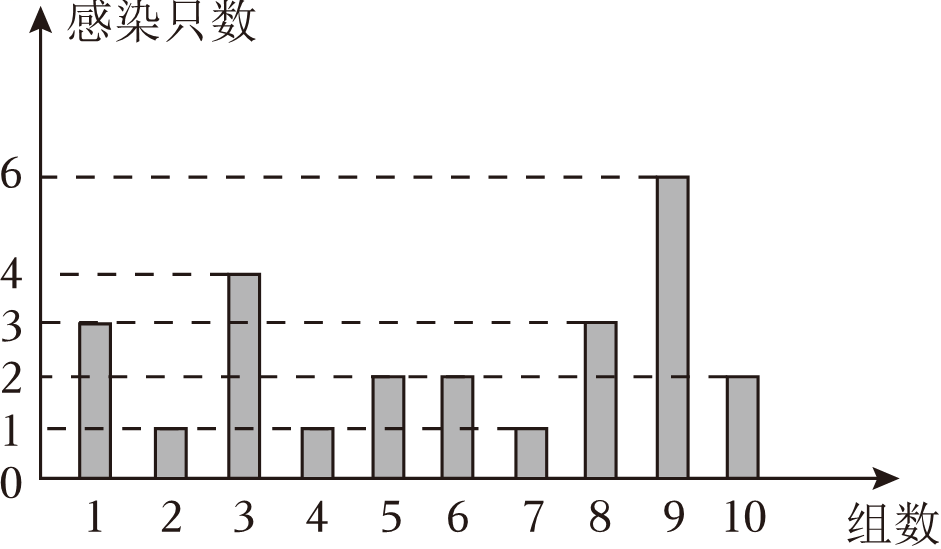
19．某制药公司研制了一款针对某种病毒的新疫苗．该病毒一般通过病鼠与白鼠之间的接触传染，现有*n*只白鼠，每只白鼠在接触病鼠后被感染的概率为，被感染的白鼠数用随机变量*X*表示，假设每只白鼠是否被感染之间相互独立．

（Ⅰ）若*P*（*X*＝5）＝*P*（*X*＝95），求数学期望*E*（*X*）；

（Ⅱ）接种疫苗后的白鼠被病鼠感染的概率为*p*，现有两个不同的研究团队理论研究发现概率*p*与参数θ（0＜θ＜1）的取值有关．团队*A*提出函数模型为*p*＝*ln*（1+θ）．团队*B*提出函数模型为*p*．现将白鼠分成10组，每组10只，进行实验，随机变量*Xi*（*i*＝1，2，…，10）表示第*i*组被感染的白鼠数，现将随机变量*Xi*（*i*＝1，2，…，10）的实验结果*xi*（*i*＝1，2，…，10）绘制成频数分布图，如图所示．

（ⅰ）试写出事件“*X*1＝*x*1，*X*2＝*x*2，…，*X*10＝*x*10”发生的概率表达式（用*p*表示，组合数不必计算）；

（ⅱ）在统计学中，若参数θ＝θ0时使得概率*P*（*X*1＝*x*1，*X*2＝*x*2，…，*X*10＝*x*10）最大，称θ0是θ的最大似然估计．根据这一原理和团队*A*，*B*提出的函数模型，判断哪个团队的函数模型可以求出θ的最大似然估计，并求出最大似然估计．参考数据：*ln*0.4065．



【答案】（Ⅰ）*E*（*X*）＝50；

（Ⅱ）（*i*）；（*ii*）答案见解析，θ＝*ln*2．

【解答】解：（Ⅰ）由题知，随机变量*X*服从二项分布，，

由*P*（*X*＝5）＝*P*（*X*＝95），即，

得*n*＝100，所以*E*（*X*）＝*np*＝50；

（Ⅱ）（*i*）*A*＝“*X*1＝*x*1，*X*2＝*x*2，⋯，*X*10＝*x*10“，

；

（*ii*）记，

则，

当时，*g*′（*p*）＞0，*g*（*p*）单增，当时，*g*′（*p*）＜0，*g*（*p*）单减，

当时，*g*（*p*）取得最大值，即*P*取得最大值，

在团体*A*提出的函数模型中，

记函数，

当时，*f*1′（*x*）＞0，*f*1（*x*）单增，当时，*f*1′（*x*）＜0，*f*1（*x*）单减，

当时，*f*（*x*）取得最大值，则θ不可以估计，

在团体*B*提出的函数模型中，

记函数单调递增，令，解得*x*＝*ln*2，则θ＝*ln*2是θ的最大似然估计．