2024-2025学年浙江杭州高三11月一模数学仿真卷

数学·全解全析

第Ⅰ卷

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1．已知集合*A*＝{*x*|*y*＝log2（2﹣*x*）}，*B*＝{*y*|*y*＝2*x*﹣1，*x*∈**R**}，则*A*∩*B*＝（　　）

A．（﹣1，2） B．（﹣∞，2） C．（0，2） D．（﹣1，+∞）

【答案】*A*

【解】：*A*＝{*x*|*y*＝log2（2﹣*x*）}，因为2﹣*x*＞0，所以*A*＝{*x*|*x*＜2}，

*B*＝{*y*|*y*＝2*x*﹣1，*x*∈**R**}，因为2*x*＞0，所以*B*＝{*y*|*y*＞﹣1}，所以*A*∩*B*＝{*x*|﹣1＜*x*＜2}．故选：*A*．

2．设复数*z*满足，则|*z*|＝（　　）

A．*i* B． C．1 D．

【答案】*C*

【解】：由解得，所以|*z*|＝1．故选：*C*．

3．下列结论正确的是（　　）

A．若*a*＞*b*＞0，则*ac*2＞*bc*2 B．若*ab*＞0，*a*＞*b*，则

C．若*a*＞*b*，*c*＞*d*，则*a*﹣*c*＞*b*﹣*d* D．若*a*＞*b*，*m*＞0，则

【答案】*B*

【解】：当*c*＝0时，*ac*2＝*bc*2，故*A*错误；

*ab*＞0，*a*＞*b*，则，故，故*B*正确；

对于*C*，令*a*＝1，*b*＝﹣1，*c*＝1，*d*＝﹣1，满足*a*＞*b*，*c*＞*d*，但*a*﹣*c*＝*b*﹣*d*，故*C*错误；

对于*D*，令*a*＝﹣2，*b*＝﹣3，*m*＝4，满足*a*＞*b*，*m*＞0，但，故*D*错误．故选：*B*．

4．记数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，设甲：{*an*}是公比不为1的等比数列；乙：存在一个非零常数*t*，使是等比数列，则（　　）

A．甲是乙的充要条件 B．甲是乙的充分不必要条件

C．甲是乙的必要不充分条件 D．甲是乙的既不充分也不必要条件

【答案】*B*

【解】：根据题意，设数列{*an*}的首项和公比分别为*a*1，*q*（*q*≠1），

若{*an*}是公比不为1的等比数列，则，

可以取，则有，故数列是等比数列，则甲是乙的充分条件，

反之，取*t*＝1，*an*＝0，此时*Sn*+1＝1为等比数列，

即数列是等比数列，但数列{*an*}不是等比数列，则甲不是乙的必要条件，

故甲是乙的充分不必要条件．故选：*B*．

5．气象意义上从春季进入夏季的标志为连续5天的日平均温度均不低于22℃．现有甲、乙、丙三地连续5天的日平均温度（都是正整数，单位：℃）的记录数据如下：

①甲地5个数据的中位数为26，众数为22；②乙地5个数据的平均数为26，方差为5.2；

③丙地5个数据的中位数为26，平均数为26.4，极差为8．则从气象意义上肯定进入夏季的地区是（　　）

A．①② B．①③ C．②③ D．①②③

【答案】*D*

【解】：①因为众数为22，所以至少出现2次，若有一天低于22，则中位数不可能是26，所以甲地肯定进入夏季；

②设温度由低到高为：*x*1，*x*2，*x*3，*x*4，*x*5，

根据方差的定义，[（*x*1﹣26）2+（*x*2﹣26）2+（*x*3﹣26）2+（*x*4﹣26）2+（*x*5﹣26）2]＝5.2，

所以（*x*1﹣26）2+（*x*2﹣26）2+（*x*3﹣26）2+（*x*4﹣26）2+（*x*5﹣26）2＝26，

若有一天低于22，不妨设*x*1＝21，则不满足平均数26，故没有低于22的，所以乙地进入夏季；

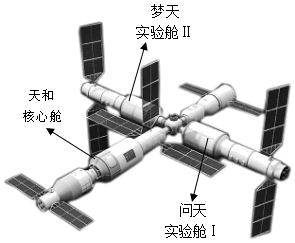
③设温度由低到高为：*x*1，*x*2，*x*3，*x*4，*x*5，由题意可得*x*3＝26，*x*5＝*x*1+8，

取*x*1＝21，则*x*5＝29，故*x*2≤26，*x*4≤29，*x*2+*x*4≤55，

由平均数的定义可得：（*x*1+*x*2+*x*3+*x*4+*x*5）＝26.4，*x*1+*x*2+*x*3+*x*4+*x*5＝132，可得*x*2+*x*4＝56，

与*x*2+*x*4≤55矛盾，所以丙地进入夏季．故选：*D*．

6．中国空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱．假设中国空间站要安排甲，乙，丙，丁，戊5名航天员开展实验，其中天和核心舱安排3人，问天实验舱与梦天实验舱各安排1人．若甲、乙两人不能同时在一个舱内做实验，则不同的安排方案共有（　　）



A．8种 B．14种 C．20种 D．116种

【答案】*B*

【解】：根据题意，分2步进行分析：

①在5名航天员中选出3人，在天和核心舱工作，甲乙不能同时入选，有*C*53﹣*C*31＝7种安排方法，

②剩下2人安排到问天实验舱与梦天实验舱工作，有2种情况，

则有7×2＝14种安排方法，故选：*B*．

7．设函数在[π，2π]上至少有两个不同零点，则实数ω的取值范围是（　　）

A． B． C． D．

【答案】*A*

【解】：令，则，因为ω＞0，所以，

令，解得，*k*∈**Z**或，*k*1∈**Z**，

从小到大将的正根写出如下：，，，，，，……，

因为*x*∈[π，2π]，所以，

当，即时，，解得，此时无解，

当，即时，，解得，此时无解，

，即时，，解得，故，

当，即时，，解得，故

当ω≥3时，，

此时*f*（*x*）在[π，2π]上至少有两个不同零点．综上，ω的取值范围是．

故选：*A*．

8．设*a*＞0，*b*＞0，下列命题一定正确的是（　　）

A．若3*a*+2*a*＝3*b*+3*b*，则*a*＜*b* B．若3*a*+2*a*＝3*b*+3*b*，则*a*＞*b*

C．若3*a*﹣2*a*＝3*b*﹣3*b*，则*a*＜*b* D．若3*a*﹣2*a*＝3*b*﹣3*b*，则*a*＞*b*

【答案】*B*

【解】：∵*a*＞0，*b*＞0，当0＜*a*≤*b*，则3*a*＜3*b*，2*a*＜3*b*，∴3*a*+2*a*＜3*b*+3*b*，因此只有*B*正确．故选：*B*．

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

（多选）9．若*lga*+*lgb*＝*lg*（*a*+2*b*），则（　　）

A．*ab*的最小值是 B．*a*+*b*的最小值是

C．的最大值是0 D．的最大值是

【答案】*BCD*

【解】：对于*A*，若*lga*+*lgb*＝*lg*（*a*+2*b*），则*lgab*＝*lg*（*a*+2*b*），可得*ab*＝*a*+2*b*≥2，

当且仅当*a*＝2*b*时，以上不等式取等号，此时*a*＝4，*b*＝2，所以*ab*≥8，故*A*错误；

对于*B*，由*ab*＝*a*+2*b*，整理得1，所以*a*+*b*＝（*a*+*b*）（）＝3，

当且仅当*a*，即*b*＝1，*a*＝2时，以上不等式取等号，故*B*正确；

对于*C*，由*ab*＝*a*+2*b*，整理得，故，

所以，

当且仅当*a*＝4，*b*＝2时，等号成立，故*C*正确；

对于*D*，由*ab*＝*a*+2*b*，整理得，可知*a*＞2，

，

令3*a*﹣5＝*x*（*x*＞1），则，

当且仅当，即*x*＝4，*a*＝3时，等号成立，

故的最大值是，故*D*正确．故选：*BCD*．

（多选）10．函数，下列命题中正确的是（　　）

A．不等式*g*（*x*）＞0的解集为

B．函数*f*（*x*）在（0，*e*）上单调递增，在（*e*，+∞）上单调递减

C．若函数*F*（*x*）＝*f*（*x*）﹣*ax*2有两个极值点，则*a*∈（0，1）

D．若*x*1＞*x*2＞0时，总有恒成立，则*m*＞1

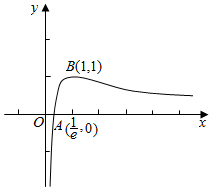
【答案】*AD*

【解】：因为，

令*g*'（*x*）＞0，可得*x*∈（0，1），故*g*（*x*）在该区间上单调递增；

令*g*'（*x*）＜0，可得*x*∈（1，+∞），故*g*（*x*）在该区间上单调递减．

又当，故*g*（*x*）的图象如图所示：



对*A*，数形结合可知，*g*（*x*）＞0的解集为，故*A*正确；

对*B*，由*f*′（*x*）＝*lnx*+1得知：在（0，）上单调递增，在（，+∞）上单调递减，分析可知选项*B*错误；

对*C*，若函数*F*（*x*）＝*f*（*x*）﹣*ax*2有两个极值点，

即*F*（*x*）＝*xlnx*﹣*ax*2有两个极值点，又*F*'（*x*）＝*lnx*﹣2*ax*+1，

要满足题意，则需*lnx*﹣2*ax*+1＝0在（0，+∞）有两根，

也即有两根，也即直线*y*＝2*a*与*y*＝*g*（*x*）的图象有两个交点．

数形结合则0＜2*a*＜1，解得．故要满足题意，则，故*C*是错误的；

对*D*，若*x*1＞*x*2＞0时，总有恒成立，

即恒成立，

构造函数对任意的*x*1＞*x*2＞0恒成立，

故*g*（*x*）在（0，+∞）单调递增，则*g*'（*x*）＝*mx*﹣*lnx*﹣1≥0在（0，+∞）恒成立，

也即在区间（0，+∞）恒成立，则*g*（*x*）*max*＝1≤*m*，故*D*正确．故选：*AD*．

（多选）11．已知直线*l*：*x*＝*my*+2（*m*∈**R**）与抛物线*C*：*y*2＝2*px*（*p*＞0）交于*A*，*B*两点，*O*为坐标原点，则（　　）

A．若*p*＝4，则 B．若*p*＝4，则|*AB*|＝8（1+*m*2）

C．若*p*＝1，则 D．若*p*＝1，则

【答案】*BCD*

【解】：当*p*＝4时，*y*2＝8*x*，此时的焦点坐标为*F*（2，0），直线*x*＝*my*+2也恒过点（2，0），

设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2），将联立得*y*2﹣8*my*﹣16＝0，Δ＝64（*m*2+1）＞0，

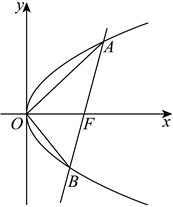
由韦达定理可知*y*1+*y*2＝8*m*，*y*1*y*2＝﹣16，

16*m*2+16*m*2+4＝4，

，

∵cos，0，∴，则*A*错误；

由抛物线的定义可知，则*B*正确；



当*p*＝1时，*y*2＝2*x*，此时的焦点坐标为，直线*x*＝*my*+2恒过点*C*（2，0），

设*A*（*x*1，*y*1），*B*（*x*2，*y*2），将联立得*y*2﹣2*my*﹣4＝0，Δ＝4（*m*2+4）＞0，

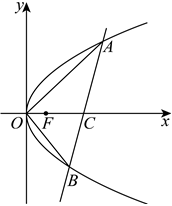
由韦达定理可知*y*1+*y*2＝2*m*，*y*1*y*2＝﹣4，

4*m*2+4*m*2+4＝4，

，

则，即⊥，∴，则*C*正确；

，则*D*正确．故选：*BCD*．



**第II卷（非选择题）**

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12．（1+*x*2）（1+2*x*）4的展开式中*x*3的系数为 　　．

【答案】40．

【解】：因为（1+2*x*）4的展开式的通项，

令*r*＝3和*r*＝1，可得*x*3的系数为．故答案为：40．

13．甲和乙两个箱子中各装有10个除颜色外完全相同的球，其中甲箱中有4个红球、3个白球和3个黑球，乙箱中有5个红球、2个白球和3个黑球．先从甲箱中随机取出一球放入乙箱，分别用*A*1、*A*2和*A*3表示由甲箱取出的球是红球、白球和黑球的事件；再从乙箱中随机取出一球，用*B*表示由乙箱取出的球是红球的事件，则*P*（*A*2|*B*）＝　　．

【答案】．

【解】：根据题意，*P*（*A*1），*P*（*B*|*A*1），*P*（*A*2），*P*（*B*|*A*2），*P*（*A*3），*P*（*B*|*A*3），

则*P*（*B*）＝*P*（*A*1）*P*（*B*|*A*1）+*P*（*A*2）*P*（*B*|*A*2）+*P*（*A*3）*P*（*B*|*A*3），

*P*（*A*2*B*）＝*P*（*A*2）*P*（*B*|*A*2），故*P*（*A*2|*B*）．故答案为：．

14．已知函数*f*（*x*）＝*x*+*alnx*﹣*xa*，若关于*x*的不等式，对∀*x*∈（1，+∞）恒成立，则实数*a*的最小值是 　　．

【答案】﹣*e*．

【解】：∀*x*∈（1，+∞），由可得，

构造函数，其中*x*＞0，则*g*′（*x*）＝1﹣*e*﹣*x*＞0，

∴函数*g*（*x*）在（0，+∞）上单调递增，原式等价于*g*（*x*）≥*g*（﹣*alnx*），

由*a*＜0，*x*∈（1，+∞），则*lnx*＞0，则﹣*alnx*＞0，即得*x*≥﹣*alnx*，∴，

令，其中*x*＞1，则．

当1＜*x*＜*e*时，*h*′（*x*）＞0，函数*h*（*x*）单调递增，

当*x*＞*e*时，*h*′（*x*）＜0，函数*h*（*x*）单调递减，∴，，

∵*a*＜0，解得﹣*e*≤*a*＜0，故实数*a*的最小值为﹣*e*．故答案为：﹣*e*．

四、解答题：本题共5小题，共77分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

15．△*ABC*的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*已知（2*a*﹣*c*）sin*A*+（2*c*﹣*a*）sin*C*＝2*b*sin*B*．

（1）求*B*；（2）若△*ABC*为锐角三角形，且*b*＝1，求△*ABC*周长的取值范围．

【答案】（1）；（2）．

【解】：（1）因为（2*a*﹣*c*）sin*A*+（2*c*﹣*a*）sin*C*＝2*b*sin*B*，

由正弦定理可得（2*a*﹣*c*）*a*+（2*c*﹣*a*）*c*＝2*b*2，整理得*a*2+*c*2﹣*b*2＝*ac*，

由余弦定理可得，且*B*∈（0，π），故．

（2）由正弦定理可得，

可得，

则

，

因为，则*C*，

且△*ABC*为锐角三角形，则，解得，

可得，则，

所以，故△*ABC*周长的取值范围为．

16．某学校共有1200人，其中高一年级、高二年级、高三年级的人数比为3：4：5，为落实立德树人根本任务，坚持五育并举，全面推进素质教育，拟举行乒乓球比赛，从三个年级中采用分层抽样的方式选出参加乒乓球比赛的12名队员．本次决赛的比赛赛制采取单循环方式，每场比赛都采取5局3胜制，最后根据积分选出最后的冠军，亚军和季军积分规则如下：每场比赛5局中以3：0或3：1获胜的队员积3分，落败的队员积0分；而每场比赛5局中以3：2获胜的队员积2分，落败的队员积1分．已知最后一场比赛两位选手是甲和乙，如果甲每局比赛的获胜概率为．

（1）三个年级参赛人数各为多少？

（2）在最后一场比赛甲获胜的条件下，求其前2局获胜的概率；

（3）记最后一场比赛中甲所得积分为*X*，求*X*的概率分布及数学期望*E*（*X*）．

【答案】见试题解答内容

【解】：（1）三个年级的参赛人数分别为，，，

故来自高一，高二，高三年级的参赛人数分别为3人，4人和5人．

（2）记甲在最后一场获胜为事件*A*，其前两局获胜为事件*B*，

则，

，故．

（3）依题意，*X*的所有可能取值为3，2，1，0，

；；

；，

所以*X*的概率分布列为：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 3 | 2 | 1 | 0 |
| *P* |  |  |  |  |

所以数学期望．

17．已知数列是以公比为3，首项为3的等比数列，且*a*1＝1．

（1）求出{*an*}的通项公式；

（2）设，数列{*bn*}的前*n*项和为*Sn*，若不等式对任意的*n*∈**N**\*恒成立，求实数λ的取值范围．

【答案】（1）；（2）．

【解】：（1）∵数列是首项为3，公比为3的等比数列，即，

∴当*n*≥2时，，

即，可得，，

而*a*1＝1也满足上式，数列{*an*}的通项公式为；

（2）由（1）得，

可得⋯①，

两边都乘以，得⋯②，

①②两式相减，得，

整理得．

不等式可化为，整理得，对任意的*n*∈**N**\*恒成立，

令，可知{cn}为递增数列，问题转化为λ＜（cn）*min*，

而*n*＝1时，（cn）*min*＝*c*1，所以．即实数λ的取值范围是．

18．已知*A*，*B*分别是双曲线的左、右顶点，*P*是*C*上异于*A*，*B*的一点，直线*PA*，*PB*的斜率分别为*k*1，*k*2，且*k*1*k*2＝|*AB*|＝4．

（1）求双曲线*C*的方程；

（2）已知过点（4，0）的直线*l*：*x*＝*my*+4，交*C*的右左两支于*D*，*E*两点（异于*A*，*B*），

（*i*）求*m*的取值范围；（*ii*）设直线*AD*与直线*BE*交于点*Q*，求证：点*Q*在定直线上．

【答案】（1）；（2）（*i*）；（*ii*）证明过程见解析．

【解】：（1）易知*A*（﹣*a*，0），*B*（*a*，0），因为|*AB*|＝2*a*＝4，所以*a*＝2，

设*P*（*m*，*n*），因为点*P*在双曲线*C*上，所以，即，

又，所以*b*2＝16，

则双曲线*C*的方程为；

（2）（*i*）若直线*l*的斜率为0，

此时直线*l*与双曲线交于点*A*，*B*，不符合题意；

所以直线*l*的斜率不能为0，

设直线*l*的方程为*x*＝*my*+4，*D*（*x*1，*y*1），*E*（*x*2，*y*2），

联立，消去*x*并整理得（4*m*2﹣1）*y*2+32*my*+48＝0，

此时4*m*2﹣1≠0且Δ＞0，

解得*m*，

所以*m*的取值范围为；

（*ii*）证明：由（*i*）知，

易知直线*AD*的方程为，直线*BE*的方程为，

联立，

可得，

即，

整理得（6*y*2﹣2*y*1）*x*＝4*my*1*y*2+4*y*1+12*y*2，

则

，

所以点*Q*的横坐标始终为1．故点*Q*在定直线*x*＝1上．

19．已知函数*f*（*x*）＝*xlnx*，*g*（*x*）＝*x*2+*ax*（*a*∈**R**）．

（1）求函数*f*（*x*）的单调区间；

（2）设*f*（*x*）图象在点（1，0）处的切线与*g*（*x*）的图象相切，求*a*的值；

（3）若函数*F*（*x*）*g*（*x*）存在两个极值点*x*1，*x*2，且|*x*1﹣*x*2|，求|*F*（*x*1）﹣*F*（*x*2）|的最大值．

【答案】见试题解答内容

【解】：（1）*f*（*x*）＝*xlnx*的定义域为（0，+∞），*f*'（*x*）＝*lnx*+1，

由*f*'（*x*）＞0，有，由*f*'（*x*）＜0，有，

∴*f*（*x*）的单调递减区间为，单调递增区间为；

（2）由（1）及题意，易得*f*（*x*）图象在点（1，0）处的切线斜率为*f*'（1）＝1，

则该切线方程为*y*＝*x*﹣1，

联立，消去*y*整理得：*x*2+（*a*﹣1）*x*+1＝0，

由Δ＝（*a*﹣1）2﹣4＝0⇒*a*＝3或﹣1；

（3）∵*F*（*x*）＝*x*2+*ax*+2*lnx*，*x*∈（0，+∞），，

设*g*（*x*）＝2*x*2+*ax*+2，

由（1）知函数*F*（*x*）的两个极值点*x*1，*x*2满足2*x*2+*ax*+2＝0，

则，*x*1*x*2＝1，

不妨设0＜*x*1＜1＜*x*2，则*F*（*x*）在（*x*1，*x*2）上是减函数，*F*（*x*1）＞*F*（*x*2），

∴，

令，则*t*＞1，又，即，

解得1＜*x*2≤2，∴，∴1＜*t*≤4，

设，则，

∴*h*（*t*）在（1，4]上为增函数，

∴，即；

∴|*F*（*x*1）﹣*F*（*x*2）|的最大值为．