**绝密★启用前**

**2024年普通高等学校招生全国统一考试**

**全国甲卷理科数学**

**使用范围：陕西、宁夏、青海、内蒙古、四川**

**注意事项：**

**1．答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上．**

**2．答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号．**

**3．答非选择题时，必须使用0.5毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上．**

**4．所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效．**

**5．考试结束后，只将答题卡交回．**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 设，则（ ）

A  B.  C. 10 D. 

2. 集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

3. 若实数满足约束条件，则的最小值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

4. 等差数列的前项和为，若，，则（ ）

A.  B.  C. 1 D. 2

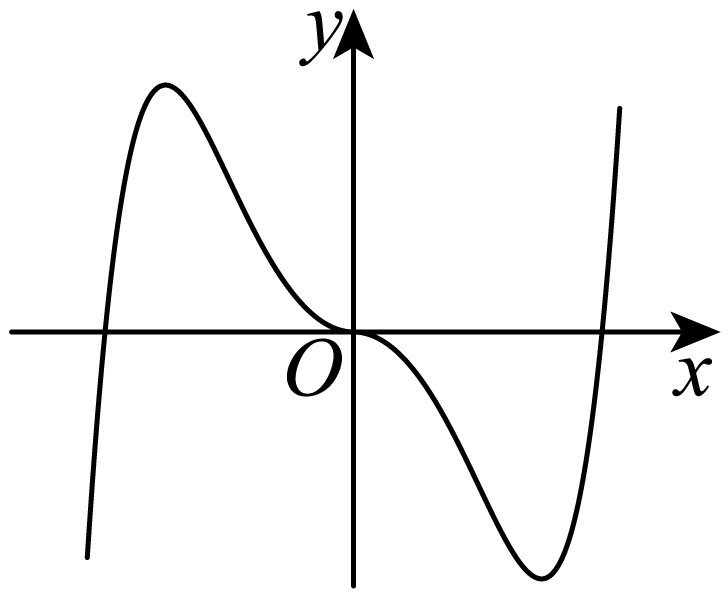
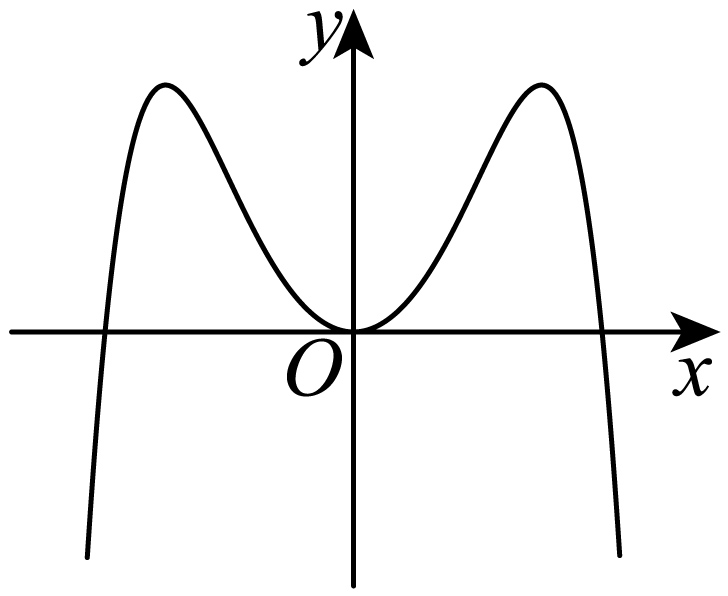
5. 已知双曲线的两个焦点分别为，点在该双曲线上，则该双曲线的离心率为（ ）

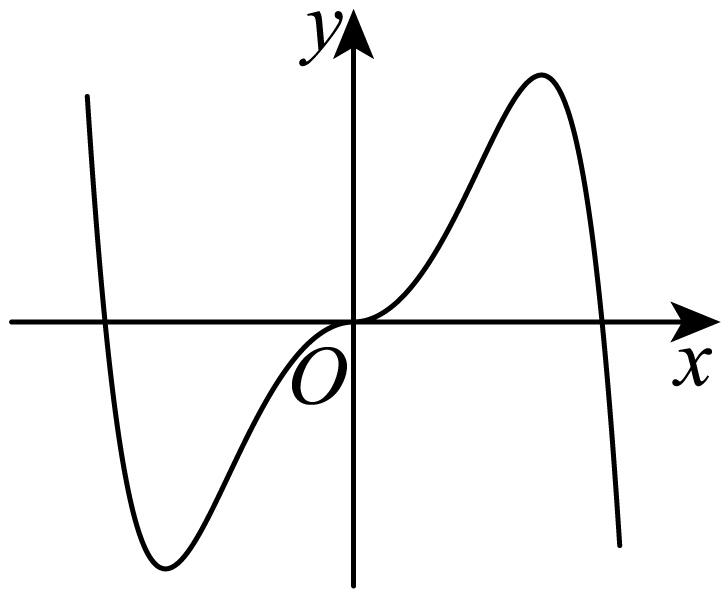
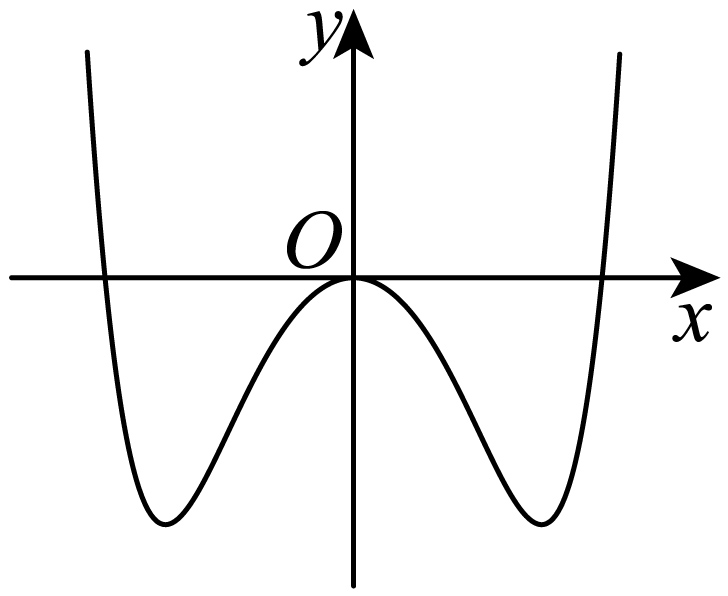
A. 4 B. 3 C. 2 D. 

6. 设函数，则曲线在处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为（ ）

A.  B.  C.  D. 

7. 函数在区间的大致图像为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

8. 已知，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

9. 已知向量，则（ ）

A. “”是“”的必要条件 B. “”是“”的必要条件

C. “”是“”充分条件 D. “”是“”的充分条件

10. 设两个平面，是两条直线，且.下列四个命题：

①若，则或 ②若，则

③若，且，则 ④若与和所成的角相等，则

其中所有真命题的编号是（ ）

A. ①③ B. ②④ C. ①②③ D. ①③④

11. 在中内角所对边分别，若，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

12. 已知*b*是的等差中项，直线与圆交于两点，则的最小值为（ ）

A. 2 B. 3 C. 4 D. 

**二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 的展开式中，各项系数的最大值是\_\_\_\_\_\_．

14. 已知甲、乙两个圆台上、下底面的半径均为和，母线长分别为和，则两个圆台的体积之比\_\_\_\_\_\_．

15. 已知，，则\_\_\_\_\_\_．

16. 有6个相同的球，分别标有数字1、2、3、4、5、6，从中不放回地随机抽取3次，每次取1个球.记为前两次取出的球上数字的平均值，为取出的三个球上数字的平均值，则与差的绝对值不超过的概率是\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第17题~第21题为必考题，每个考题考生必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．**

**（一）必考题：共60分．**

17. 某工厂进行生产线智能化升级改造，升级改造后，从该工厂甲、乙两个车间的产品中随机抽取150件进行检验，数据如下：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 优级品 | 合格品 | 不合格品 | 总计 |
| 甲车间 | 26 | 24 | 0 | 50 |
| 乙车间 | 70 | 28 | 2 | 100 |
| 总计 | 96 | 52 | 2 | 150 |

（1）填写如下列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 优级品 | 非优级品 |
| 甲车间 |  |  |
| 乙车间 |  |  |

能否有的把握认为甲、乙两车间产品的优级品率存在差异？能否有的把握认为甲，乙两车间产品的优级品率存在差异？

（2）已知升级改造前该工厂产品的优级品率，设为升级改造后抽取的*n*件产品的优级品率.如果，则认为该工厂产品的优级品率提高了，根据抽取的150件产品的数据，能否认为生产线智能化升级改造后，该工厂产品的优级品率提高了？（）

附：

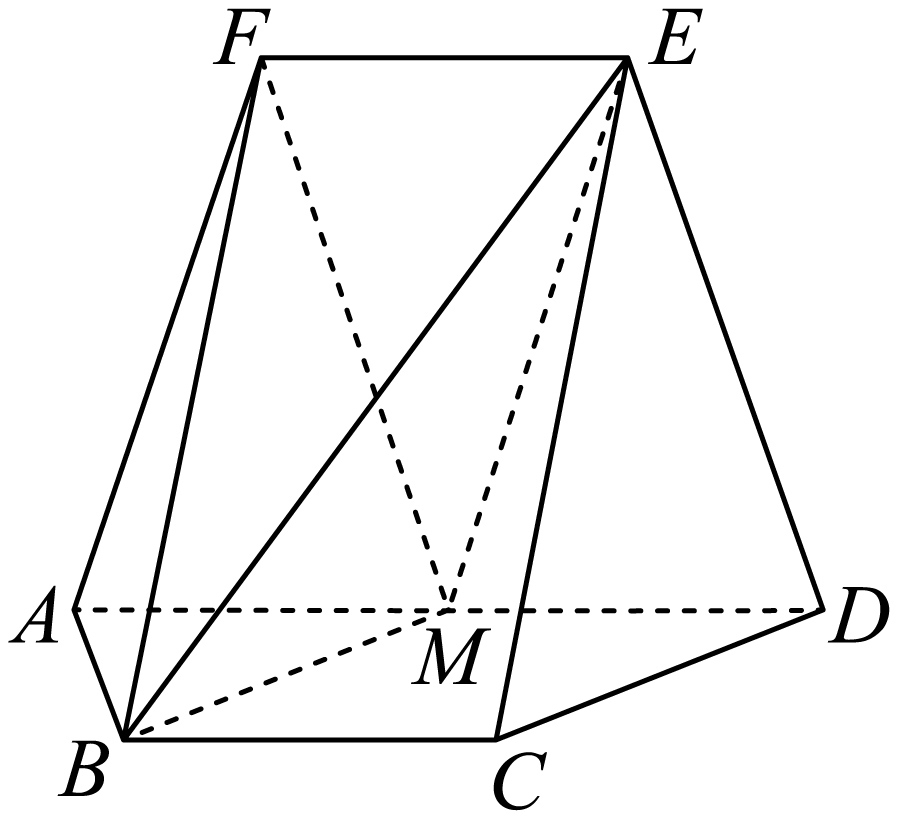
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| *k* | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

18. 记为数列的前项和，且．

（1）求的通项公式；

（2）设，求数列的前项和为．

19. 如图，在以*A*，*B*，*C*，*D*，*E*，*F*为顶点的五面体中，四边形*ABCD*与四边形*ADEF*均为等腰梯形，，，，为的中点．



（1）证明：平面；

（2）求二面角的正弦值．

20. 设椭圆的右焦点为，点在上，且轴．

（1）求的方程；

（2）过点的直线与交于两点，为线段的中点，直线交直线于点，证明：轴．

21 已知函数．

（1）当时，求的极值；

（2）当时，恒成立，求的取值范围．

**（二）选考题：共10分，请考生在第22、23题中任选一题作答，并用2B铅笔将所选题号涂黑，多涂、错涂、漏涂均不给分，如果多做，则按所做的第一题计分．**

**[选修4-4：坐标系与参数方程]**

22. 在平面直角坐标系中，以坐标原点为极点，轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为.

（1）写出的直角坐标方程；

（2）设直线*l*：（为参数），若与*l*相交于两点，若，求的值.

**[选修4-5：不等式选讲]**

23. 实数满足．

（1）证明：；

（2）证明：．