**2024年汕头市普通高考第一次模拟考试**

**数学**

**注意事项：**

**1.答题前，考生在答题卡上务必用直径0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名､准考证号填写清楚，并贴好条形码.请认真核准条形码上的准考证号､姓名和科目.**

**2.选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，写在试题卷､草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.**

**3.非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区城内.**

**4.考试结束后，请将本试题卷和答题卡一并上交.**

**第I卷选择题**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的**

1. “”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】根据充分条件、必要条件求解即可.

【详解】因为，而推不出，例如满足，但不成立，

所以“”是“”的充分不必要条件，

故选：A

2. 在3与15之间插入3个数，使这5个数成等差数列，则插入的3个数之和为（ ）

A. 21 B. 24 C. 27 D. 30

【答案】C

【解析】

【分析】根据给定条件，利用等差数列性质求解即得.

【详解】令插入的3个数依次为，即成等差数列，

因此，解得，

所以插入的3个数之和为.

故选：C

3. 的内角，，的对边分别为，，，若，，则结合的值，下列解三角形有两解的为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，由正弦定理代入计算，即可得到结果.

【详解】由正弦定理可得，，所以，

因为三角形有两解，所以，且，因此由选项知，只有符合.

故选：B

4. 展开式中项的系数为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】写出展开式通项，令的指数为，求出参数的值，代入通项后即可得解.

【详解】的展开式通项为，

因为，

在中，令，可得项的系数为；

在中，令，得，可得项的系数为.

所以，展开式中项的系数为.

故选：A.

5. 已知函数是奇函数，则的最小值为（ ）

A. 3 B. 5 C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】根据函数的奇偶性可得，利用基本不等式求最值即可.

【详解】令，得，故函数的定义域为．

因为是奇函数，则其定义域关于原点对称，

可得，即，

此时，可得，

可得是奇函数，即符合题意；

故，

当且仅当，即，时等号成立，

故的最小值为，

故选：C．

6. 在复数范围内，下列命题是真命题的为（ ）

A. 若，则是纯虚数

B. 若，则是纯虚数

C. 若，则且

D. 若、为虚数，则

【答案】D

【解析】

【分析】利用特殊值法可判断ABC选项；利用共轭复数的定义结合复数的乘法、复数的概念可判断D选项.

【详解】对于A选项，取，则，所以，，此时，不是纯虚数，A错；

对于B选项，取，则成立，但不是纯虚数，B错；

对于C选项，取，，则，但且，C错；

对于D选项，若、为虚数，设，，

则，，

所以，

，D对.

故选：D.

7. 已知圆锥的顶点为，为底面圆心，母线与互相垂直，的面积为，与圆锥底面所成的角为，则（ ）

A. 圆锥的高为

B. 圆锥的体积为

C. 圆锥侧面展开图的圆心角为

D. 二面角的大小为

【答案】D

【解析】

【分析】利用三角形的面积公式求出圆锥的母线长，结合线面角的定义可判断A选项；利用圆锥的体积公式可判断B选项；利用扇形的弧长公式可判断C选项；利用二面角的定义可判断D选项.

【详解】对于A选项，因为与底面垂直，为底面圆的一条半径，则，

所以，与圆锥底面所成的角为，

又因为，所以，的面积为，解得，

所以，该圆锥的高为，A错；

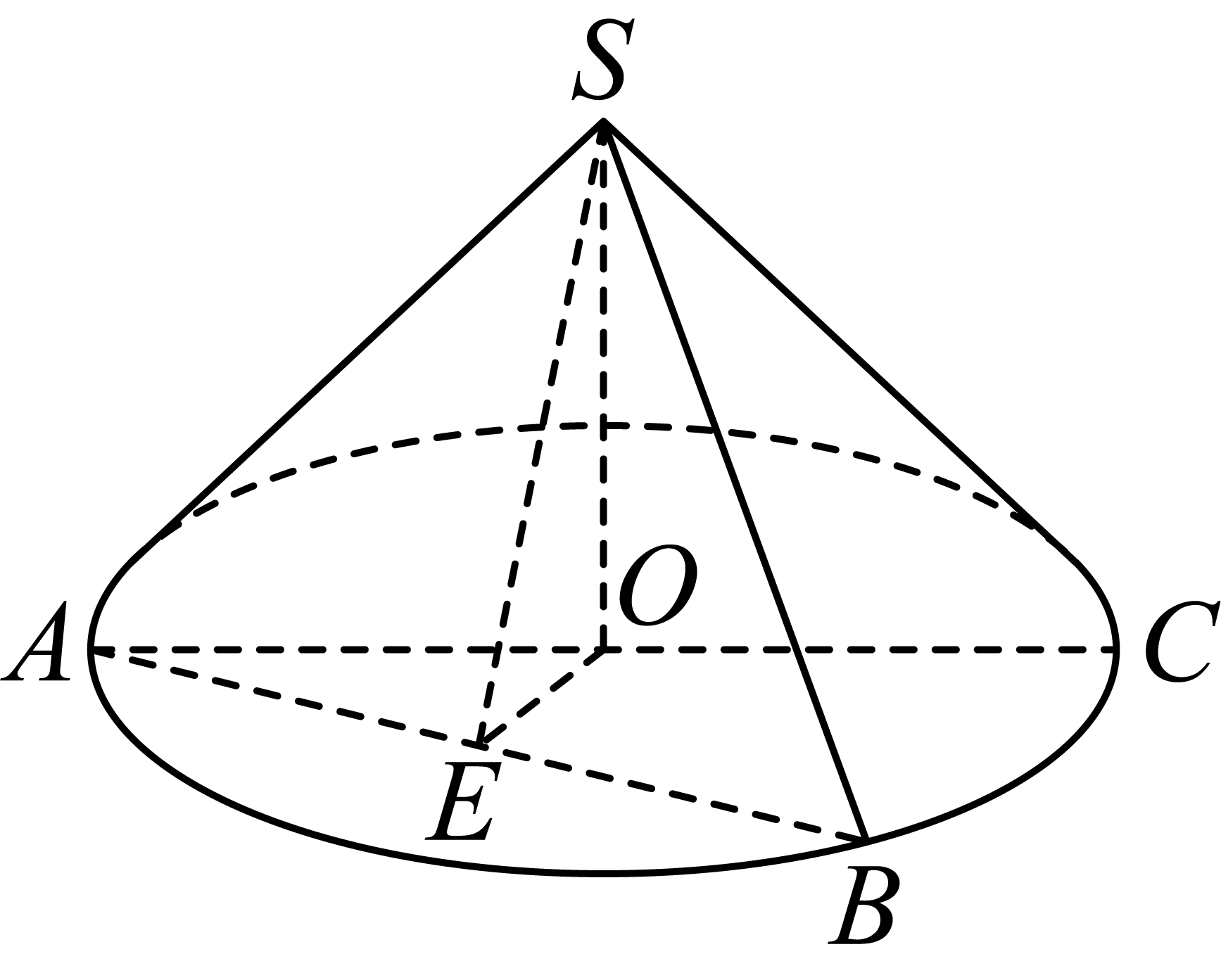
对于B选项，该圆锥的底面半径为，

故该圆锥的体积为，B错；

对于C选项，设该圆锥侧面展开图的圆心角为，

底面圆周长为，则，C错；

对于D选项，取的中点，连接、，



因为，为的中点，则，由垂径定理可得，

所以，二面角的平面角为，

因为平面，平面，则，

因为，，则为等腰直角三角形，

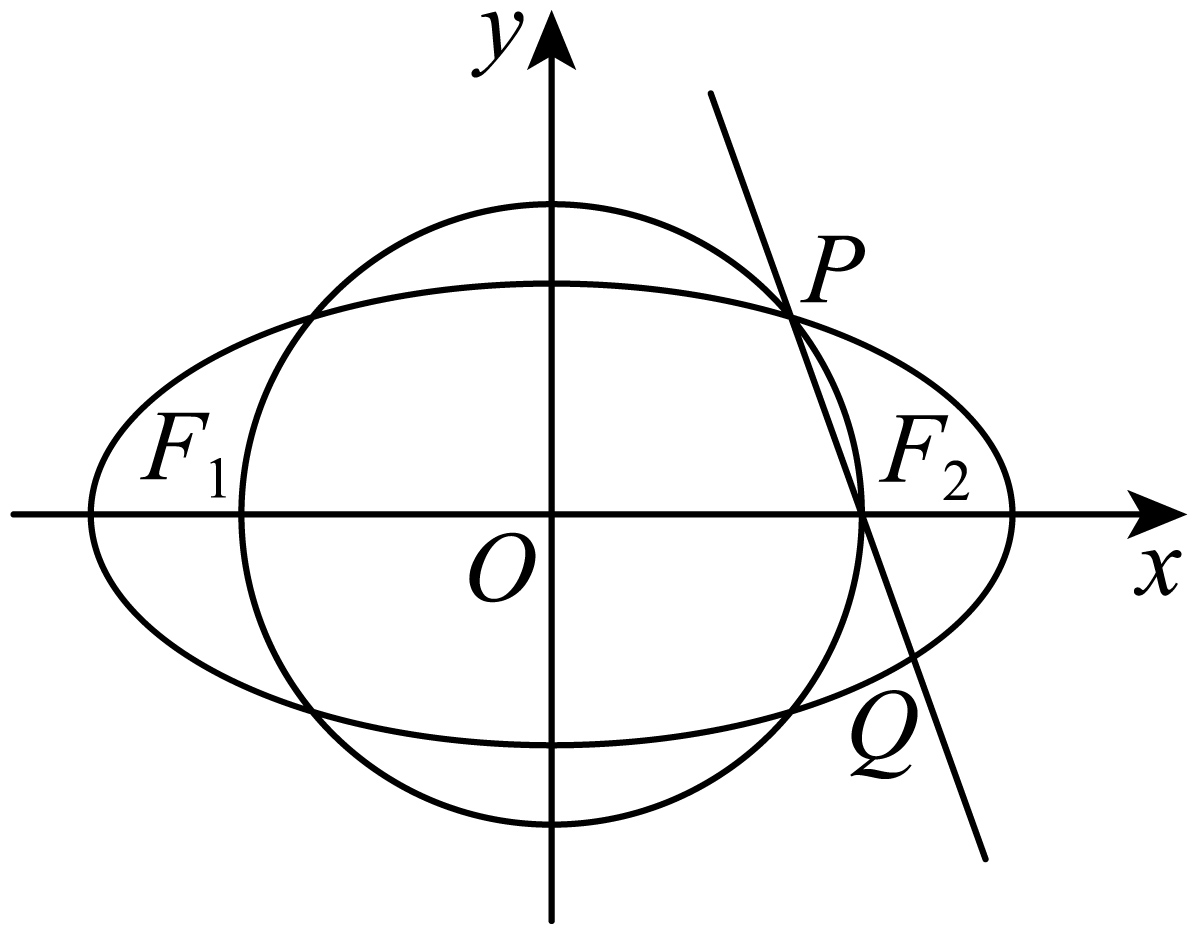
则，所以，，

所以，，

因为，故，所以，二面角的大小为，D对.

故选：D.

8. 如图，设、分别是椭圆左、右焦点，点是以为直径的圆与椭圆在第一象限内的一个交点，延长与椭圆交于点，若，则直线的斜率为（ ）

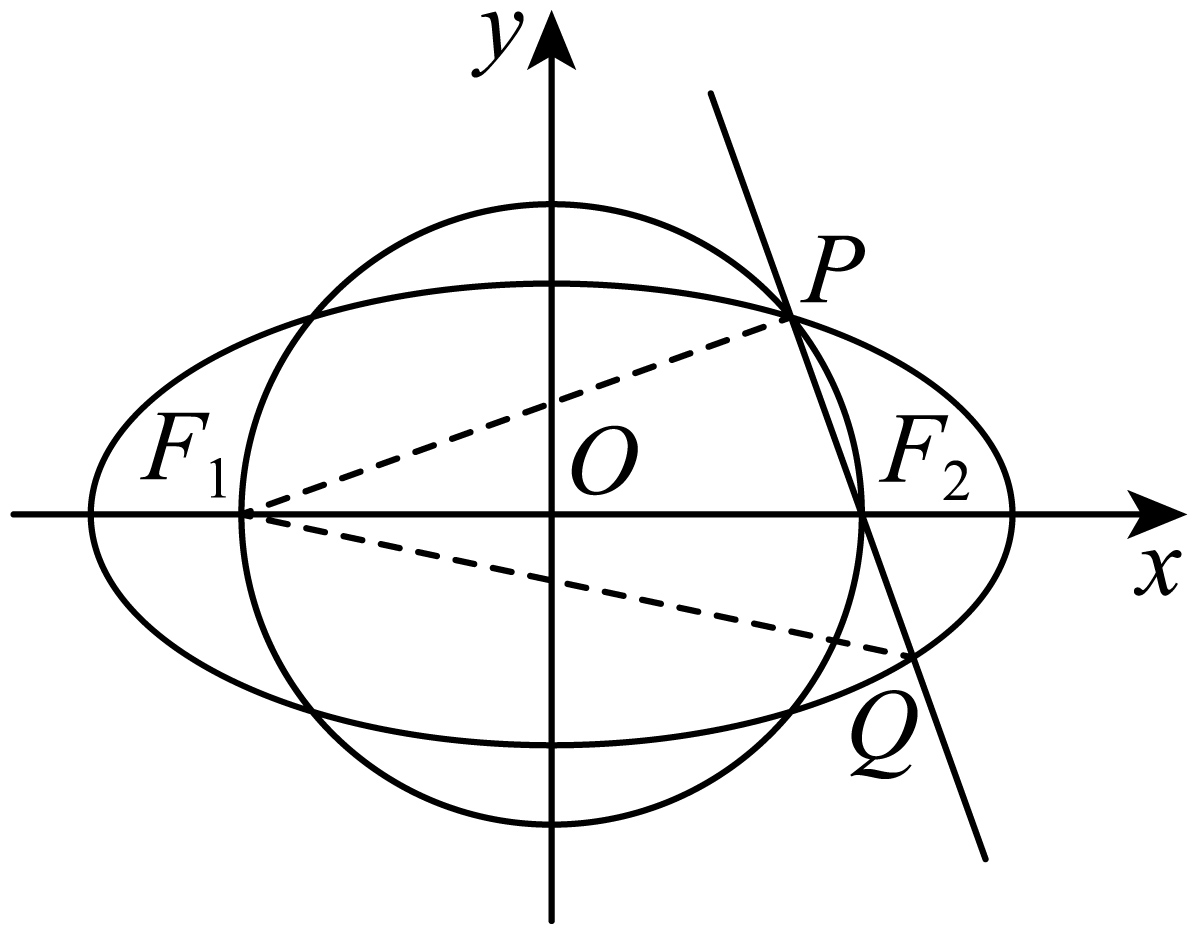


A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由点为圆与椭圆的焦点，可得，，结合条件，应用勾股定理即可得.

【详解】

连接、， 由在以为直径的圆上，故，

、在椭圆上，故有，，

设，则，

则有，，

即可得，解得，

故，则，

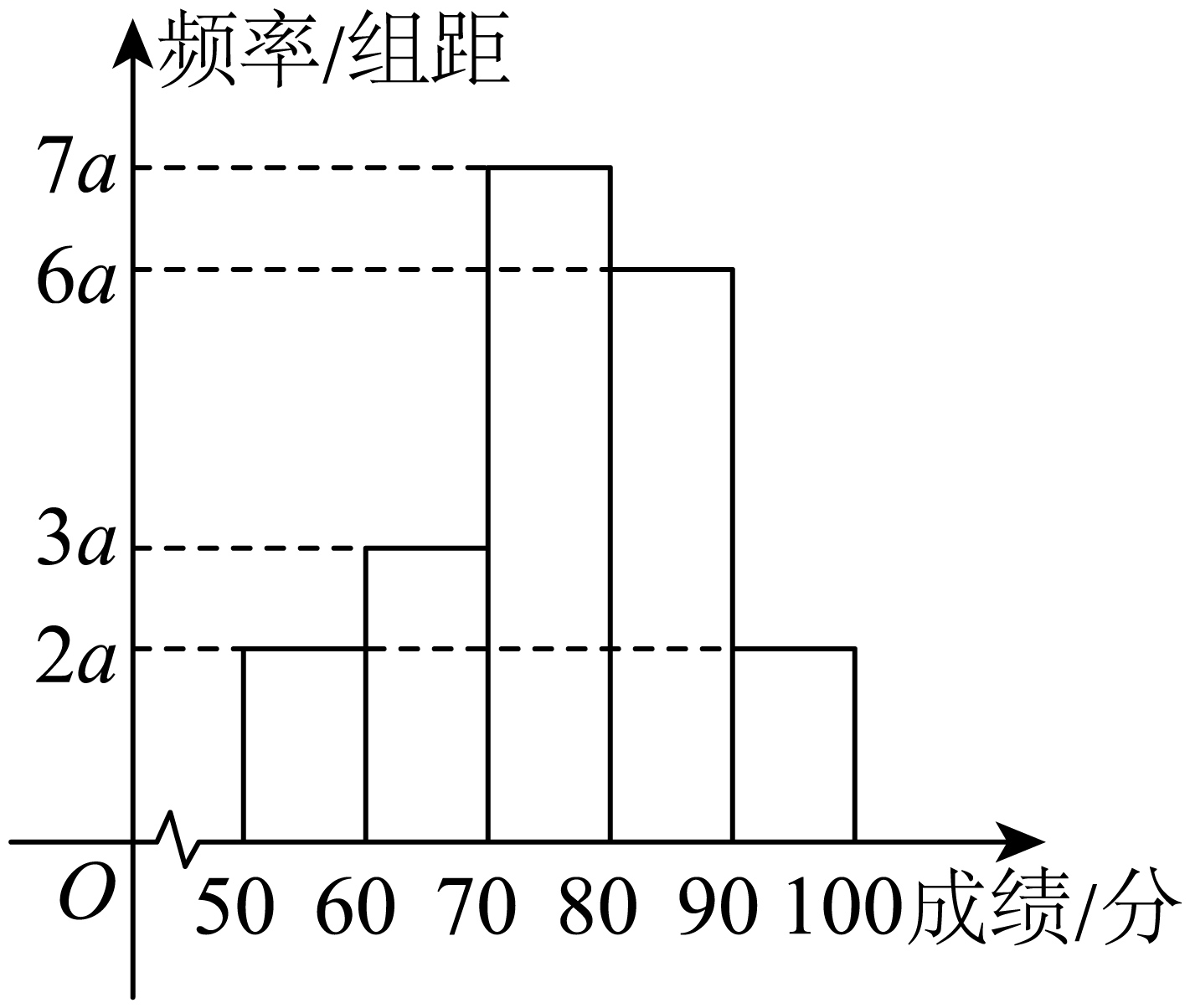
故.

故选：C.

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 某次数学考试后，为分析学生的学习情况，某校从某年级中随机抽取了名学生的成绩，整理得到如图所示的频率分布直方图.为进一步分析高分学生的成绩分布情况，计算得到这名学生中，成绩位于内的学生成绩方差为，成绩位于内的同学成绩方差为.则（ ）

参考公式：样本划分为层，各层的容量､平均数和方差分别为：、、；、、.记样本平均数为，样本方差为，.



A. 

B. 估计该年级学生成绩的中位数约为

C. 估计该年级成绩在分及以上的学生成绩的平均数为

D. 估计该年级成绩在分及以上的学生成绩的方差为

【答案】BCD

【解析】

【分析】利用频率分布直方图中，所有直方图的面积之和为，列等式求出实数的值，可判断A选项；利用中位数的定义可判断B选项；利用总体平均数公式可判断C选项；利用方差公式可判断D选项.

【详解】对于A选项，在频率分布直方图中，所有直方图的面积之和为，

则，解得，A错；

对于B选项，前两个矩形的面积之和为，

前三个矩形的面积之和为，

设计该年级学生成绩的中位数为，则，

根据中位数的定义可得，解得，

所以，估计该年级学生成绩的中位数约为，B对；

对于C选项，估计成绩在分以上的同学的成绩的平均数为

分，C对；

对于D选项，估计该年级成绩在分及以上学生成绩的方差为

，D对.

故选：BCD.

10. 已知函数，则（ ）

A. 曲线的对称轴为

B. 在区间上单调递增

C. 的最大值为

D. 在区间上的所有零点之和为

【答案】BC

【解析】

【分析】由题意利用三角恒等变换整理可得：，结合余弦函数性质逐项分析判断.

【详解】由题意可得：

.

对于选项A：令，解得，

所以曲线的对称轴为，故A错误；

对于选项B：因为，则，

且在内单调递增，所以在区间上单调递增，故B正确；

对于选项C：当，即时，取到最大值为，故C正确；

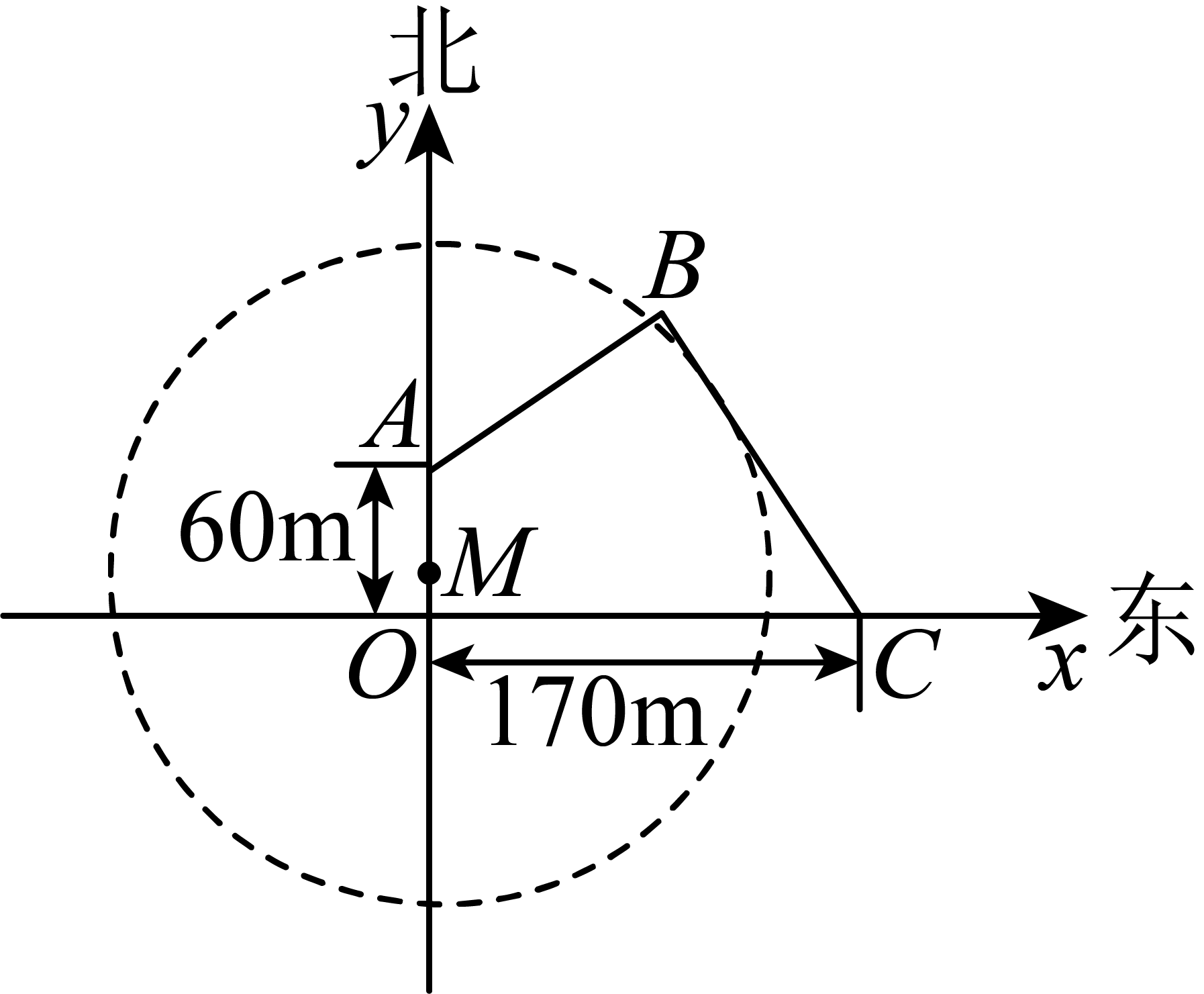
对于选项D：令，解得，可知的零点为，

则在区间上零点为，共8个，结合A可知，这些零点均关于直线，

所以在区间上的所有零点之和为，故D错误；

故选：BC.

11. 如图，是连接河岸与的一座古桥，因保护古迹与发展的需要，现规划建一座新桥，同时设立一个圆形保护区.规划要求：



①新桥与河岸垂直；

②保护区的边界为一个圆，该圆与相切，且圆心在线段上；

③古桥两端和到该圆上任意一点的距离均不少于.

经测量，点分别位于点正北方向､正东方向处，.根据图中所给的平面直角坐标系，下列结论中，正确的是（ ）

A. 新桥的长为

B. 圆心可以在点处

C. 圆心到点的距离至多为

D. 当长为时，圆形保护区的面积最大

【答案】AC

【解析】

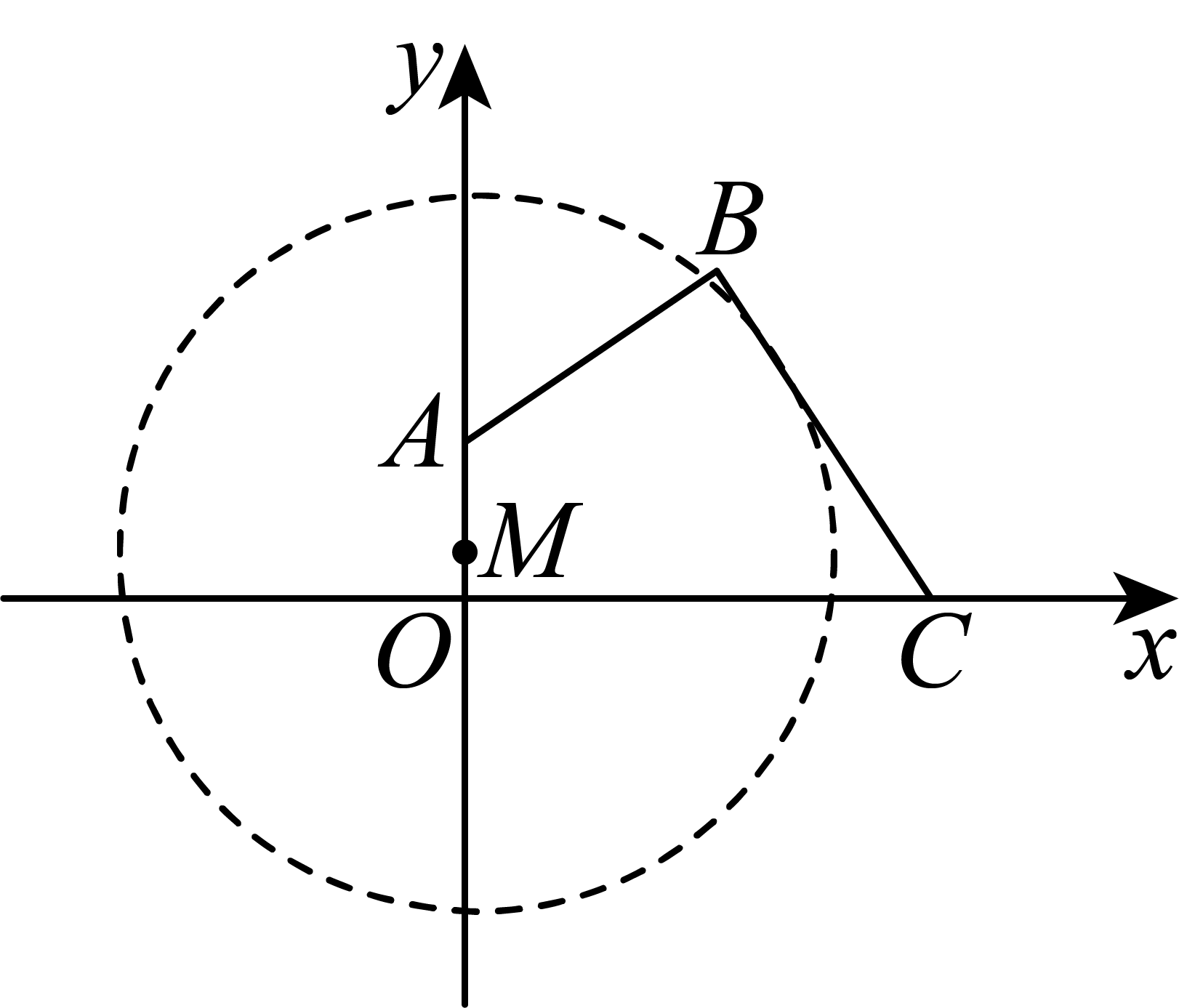
【分析】根据给定条件，求出直线的方程，联立求出点的坐标判断A；设，由题意列出不等式组，再结合代换求得的范围，判断BCD.

【详解】如图，以为 轴建立直角坐标系，则，，

依题意，直线的斜率，直线方程为：，

直线的斜率，则直线方程为，

由，解得 ，即，，A正确；



设，即，直线的一般方程为，

圆的半径为，显然，由，得，

则，解得，即长的范围是，B错误，C正确；

当，即长为时，圆的半径最大，圆形保护区的面积最大，D错误.

故选：AC

【点睛】关键点点睛：某些实际应用问题，由题意建立平面直角坐标系，利用坐标法求解是解题的关键.

**第II卷非选择题**

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.第13､14题第一空2分，第二空3分.**

12. 在一组样本数据（*x*1，*y*1），（*x*2，*y*2），…，（*x*n，*y*n）（*n*≥2，*x*1，*x*2，…，*x*n不全相等）的散点图中，若所有样本点（*x*i，*y*i）（*i*＝1，2，…，*n*）都在直线上，则这组样本数据的样本相关系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【详解】试题分析：由已知，这组样本数据的样本完全正相关，故其相关系数为.

考点：变量的相关性.

13. 已知外接圆的半径为1，圆心为点，且满足，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】 ①. ## ②. ##

【解析】

【分析】根据给定条件，利用数量积的运算律及数量积的定义求出夹角余弦、数量积.

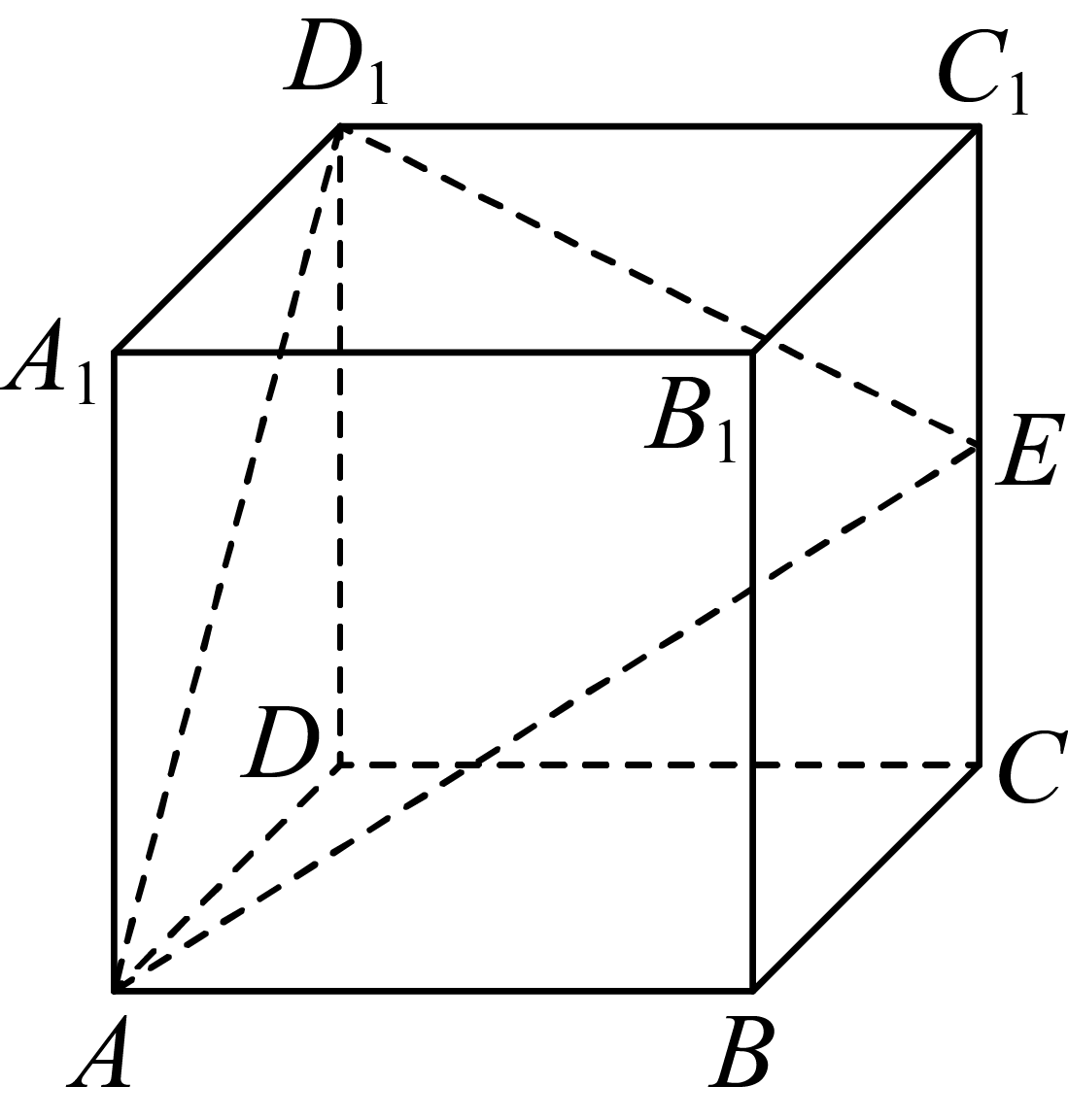
【详解】由两边平方得：，

依题意，，所以；

.

故答案为：；

14. 如图，在正方体中，是棱的中点，记平面与平面的交线为，平面与平面的交线为，若直线分别与所成的角为，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.



【答案】 ①. ##0.5 ②. ##

【解析】

【分析】利用平面基本事实作出直线，进而求出；利用面面平行的性质结合等角定理，再利用和角的正切计算即得.

【详解】在正方体中，是棱的中点，

延长与延长线交于点，连接，则直线即为直线，，

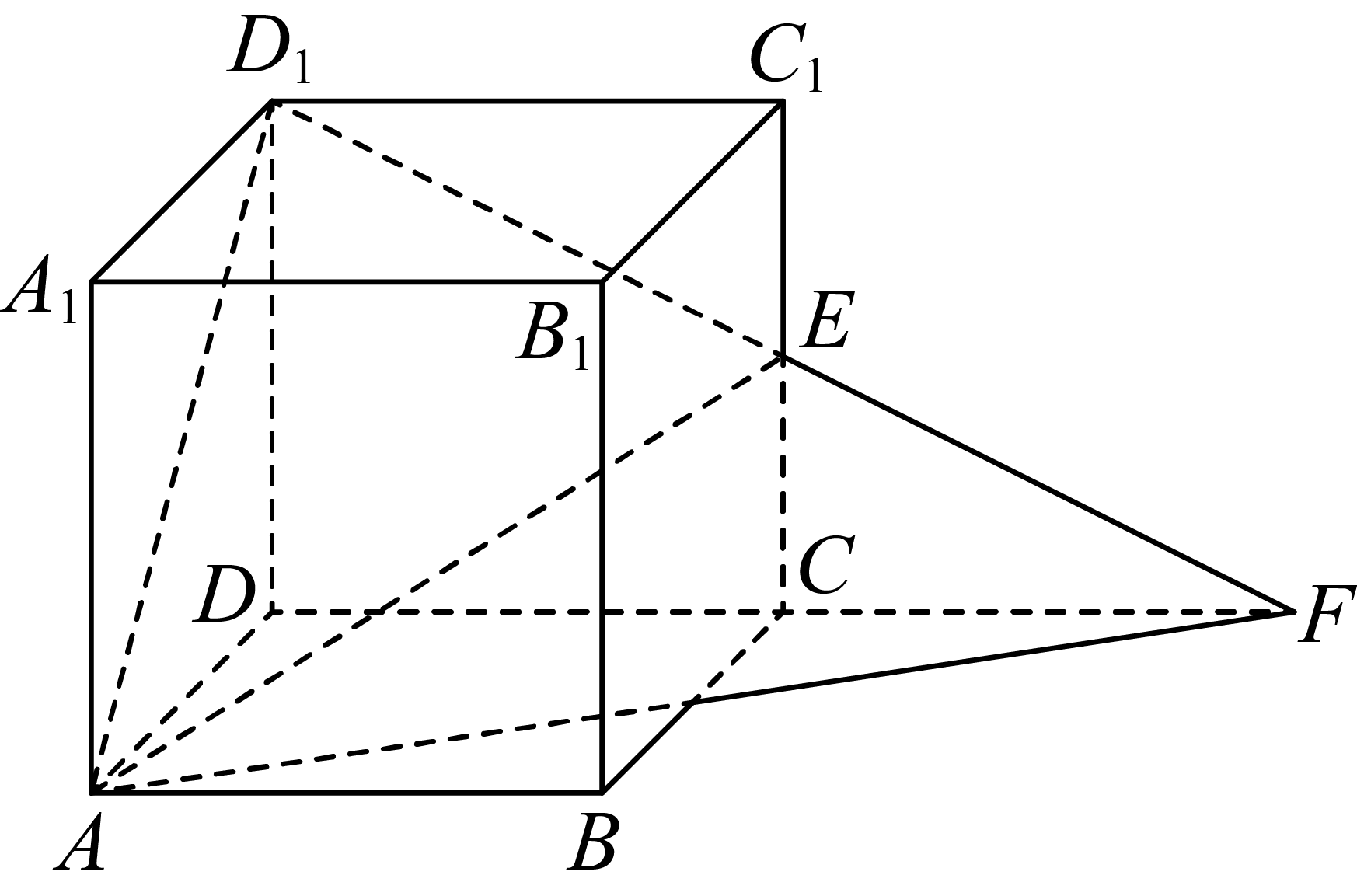
由，得，又，于是，

由平面平面，平面平面，平面平面，

则，又，因此，，

所以.

故答案为：；



【点睛】关键点睛：利用平面的基本事实作出直线是求出角的关键.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15. 已知数列和，其中，，数列的前项和为．

（1）若，求；

（2）若是各项为正的等比数列，，求数列和的通项公式．

【答案】（1）

（2），

【解析】

【分析】（1）先判定数列和分别为等差和等比数列，进而分别得到其通项公式，从而利用分组求和的方法得到数列的前项和．

（2）利用数列的前项和列出方程组，解之即可求得、、、，进而求得数列和的通项公式．

【小问1详解】

解：当时，，从而是等差数列，，

，所以是等比数列，

又，则，

所以．

【小问2详解】

解：是各项为正的等比数列，设其首项为，公比为，

由，可得，则，（定值）

则数列为等差数列，设其首项为，公差为，

由数列的前项和，

可得方程组，整理得，

解得：，，，且，

由，可得，则，

则数列的通项公式为；数列的通项公式为．

【点睛】本题考查数列的递推公式，明确递推公式与通项公式的异同；会根据数列的递推公式求出数列的通项公式，是难题．

16. 已知函数.

（1）当时，求曲线在点处的切线方程；

（2）若既存在极大值，又存在极小值，求实数的取值范围.

【答案】（1）；

（2）.

【解析】

【分析】（1）把代入，利用导数的几何意义求出切线方程.

（2）求出函数的导数，利用导数探讨函数的单调性，求出的范围.

【小问1详解】

当时，函数，求导得，则，而，

所以曲线在点处的切线方程为，即.

【小问2详解】

函数的定义域为，

求导得，

当时，，由，得，由，得，

则函数在上递增，在上递减，函数只有极大值，不合题意；

当时，由，得或，

①若，即，由，得或，由，得，

则函数在上递增，在上递减，

因此函数的极大值为，极小值为，符合题意；

②若，即，由，得或，由，得，

则函数在上递增，在上递减，

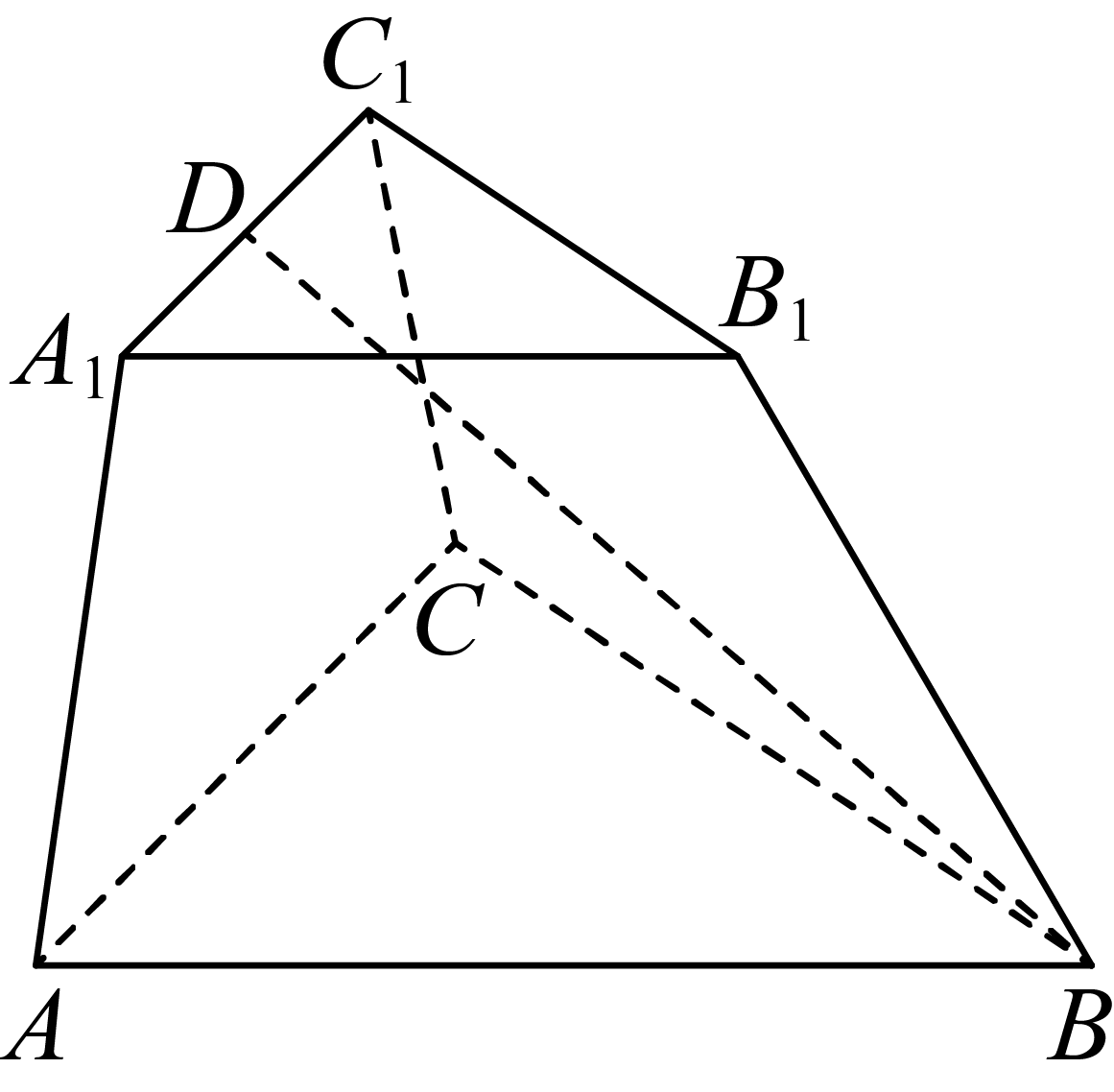
因此函数的极大值为，极小值为，符合题意；

③若，即，由在上恒成立，得在上递增，

函数无极值，不合题意，

所以的取值范围为.

17. 如图，三棱台中，侧面四边形为等腰梯形，底面三角形为正三角形，且.设为棱上的点.



（1）若为中点，求证：；

（2）若三棱台的体积为，且侧面底面，试探究是否存在点，使直线与平面所成角的正弦值为？若存在，确定点的位置；若不存在，说明理由.

【答案】（1）证明见解析；

（2）存在，与重合，理由见解析.

【解析】

【分析】（1）取中点，利用线面垂直的判定、性质推理即得.

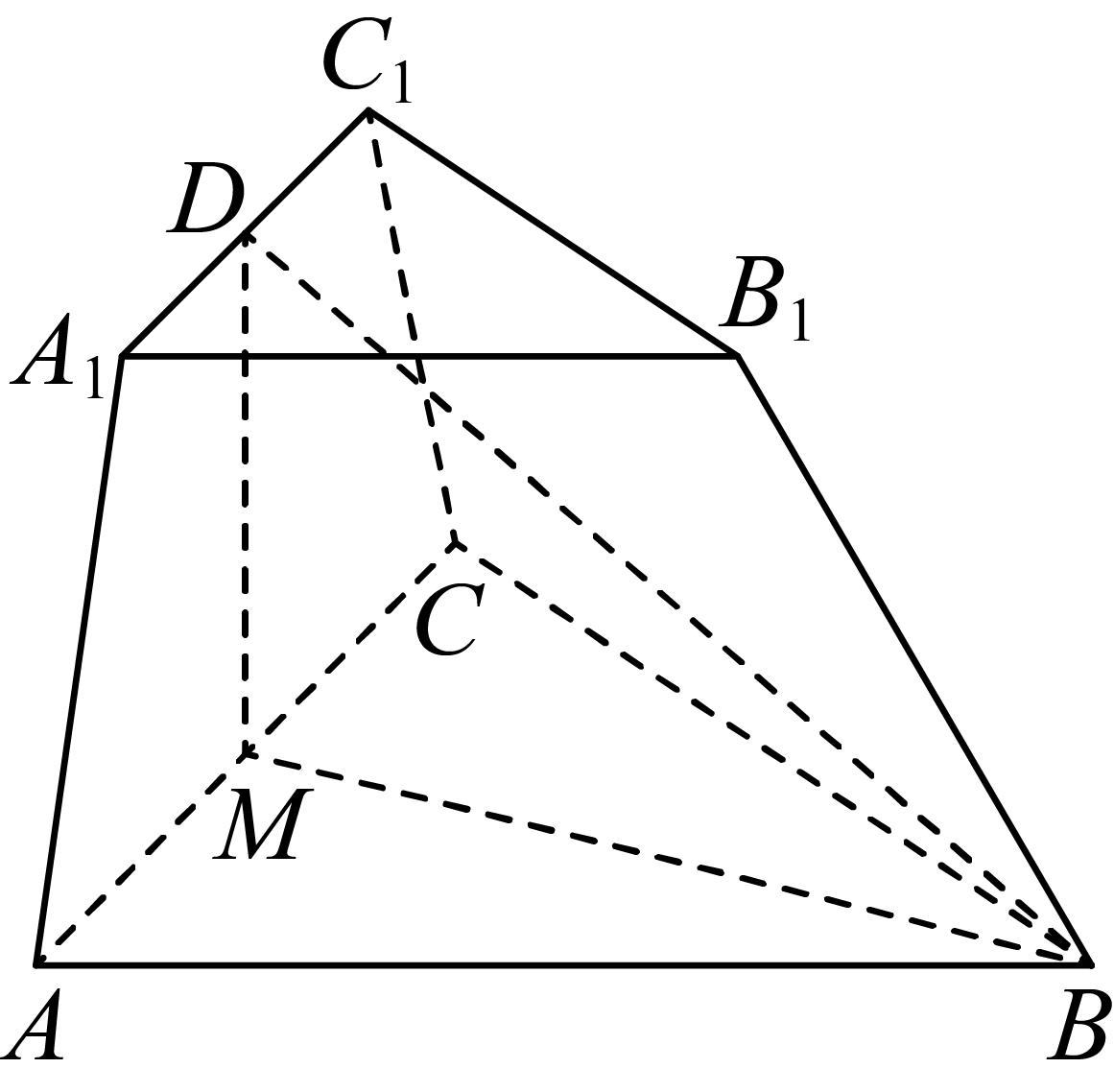
（2）以为原点建立空间直角坐标系，利用线面角的向量求法求解即得.

【小问1详解】

取中点，连结、，则，

由平面，得平面，又平面，

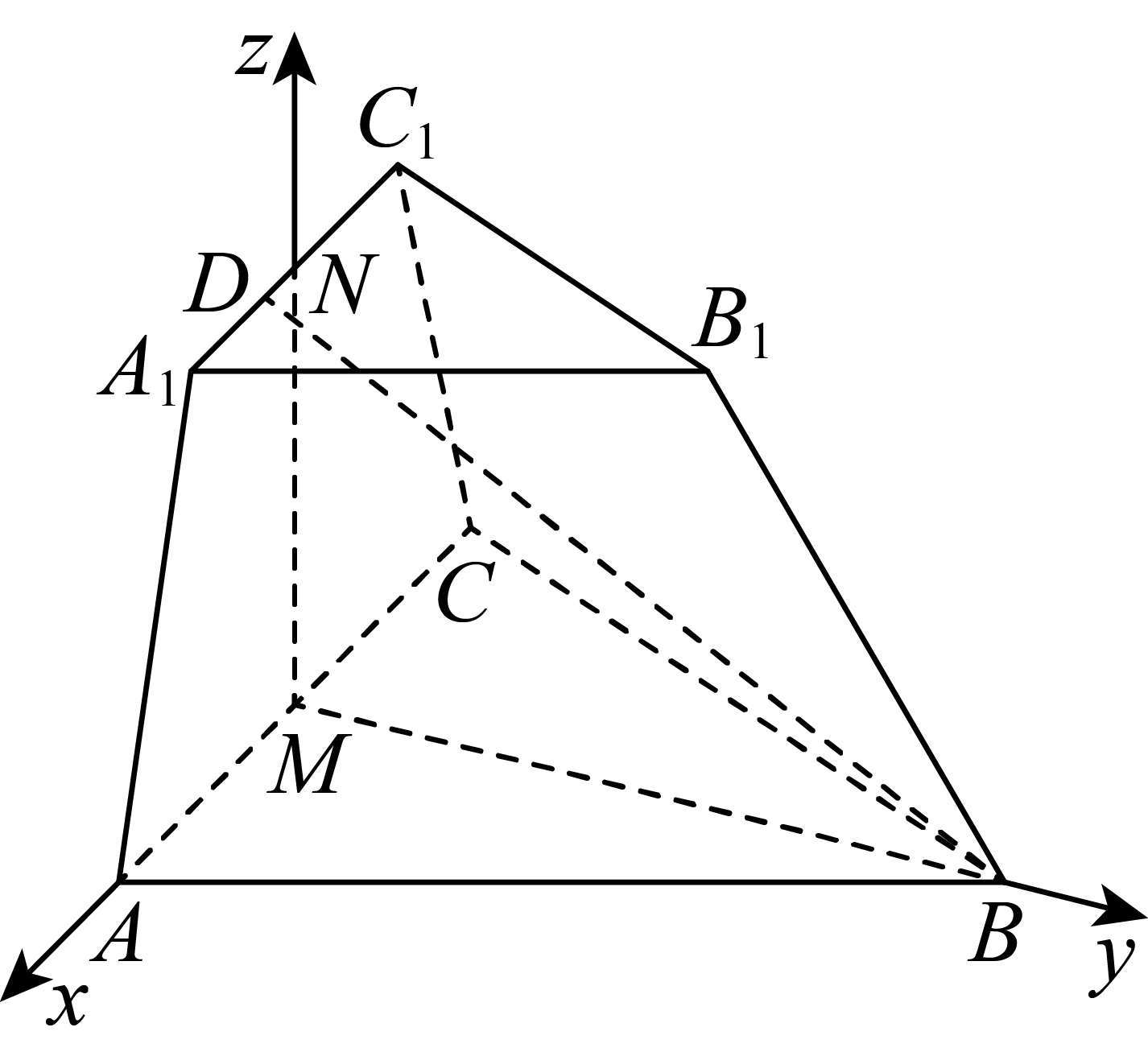
所以.

【小问2详解】

取中点，连结，由（1）得为二面角平面的平面角，

由平面平面得：，即，

以为原点，直线分别为轴建立空间直角坐标系，



设该棱台的高为，由，得，

则，，

设平面的法向量为，

则，取，得，

设，则，

于是，解得或(舍去)，

所以存在点满足条件，此时与重合.

18. 已知点为双曲线上的动点.

（1）判断直线与双曲线的公共点个数，并说明理由；

（2）（i）如果把（1）的结论推广到一般双曲线，你能得到什么相应的结论？请写出你的结论，不必证明；

（ii）将双曲线的两条渐近线称为“退化的双曲线”，其方程为，请利用该方程证明如下命题：若为双曲线上一点，直线：与的两条渐近线分别交于点，则为线段的中点.

【答案】（1）1个，理由见解析；

（2）（i）过双曲线上一点的切线方程为；（ii）证明见解析.

【解析】

【分析】（1）联立直线与双曲线方程，借助判别式求解即得.

（2）（i）写出结论；（ii）分讨论，直线与双曲线方程联立，利用韦达定理求解即得.

小问1详解】

由点在双曲线上，得，即

由消去*y*得：，

则，显然，

所以该直线与双曲线有且只有1个公共点.

【小问2详解】

（i）由（1）知，直线与双曲线相切于点，

所以过双曲线上一点的切线方程为.证明如下：

显然，即，

由消去*y*得：，

于是，

因此直线与双曲线相切于点，

所以过双曲线上一点的切线方程为.

（ii）当时，直线的斜率不存在，由对称性知，点为线段的中点；

当时，设，线段的中点，

由消去*y*得：，

由，得，则，

又，于是，即点与点重合，

所以点为线段的中点.

【点睛】结论点睛：过双曲线上一点的切线方程为.

19. 2023年11月，我国教育部发布了《中小学实验教学基本目录》，内容包括高中数学在内共有16个学科900多项实验与实践活动.我市某学校的数学老师组织学生到“牛田洋”进行科学实践活动，在某种植番石榴的果园中，老师建议学生尝试去摘全园最大的番石榴，规定只能摘一次，并且只可以向前走，不能回头.结果，学生小明两手空空走出果园，因为他不知道前面是否有更大的，所以没有摘，走到前面时，又发觉总不及之前见到的，最后什么也没摘到.假设小明在果园中一共会遇到颗番石榴（不妨设颗番石榴的大小各不相同），最大的那颗番石榴出现在各个位置上的概率相等，为了尽可能在这些番石榴中摘到那颗最大的，小明在老师的指导下采用了如下策略：不摘前颗番石榴，自第颗开始，只要发现比他前面见过的番石榴大的，就摘这颗番石榴，否则就摘最后一颗.设，记该学生摘到那颗最大番石榴的概率为.

（1）若，求；

（2）当趋向于无穷大时，从理论的角度，求的最大值及取最大值时的值.

（取）

【答案】（1）；

（2）的最大值为，此时的值为.

【解析】

【分析】（1）根据给定条件，利用有限制条件的排列求出古典概率.

（2）利用全概率公式求出，再构造函数，利用导数求出最大值.

【小问1详解】

依题意，4个番石榴的位置从第1个到第4个排序，有种情况，

要摘到那个最大的番石榴，有以下两种情况：

①最大的番石榴是第3个，其它的随意在哪个位置，有种情况；

②最大的番石榴是最后1个，第二大的番石榴是第1个或第2个，其它的随意在哪个位置，有种情况，

所以所求概率为.

【小问2详解】

记事件表示最大的番石榴被摘到，事件表示最大的番石榴排在第个，则，

由全概率公式知：，

当时，最大的番石榴在前个中，不会被摘到，此时；

当时，最大的番石榴被摘到，当且仅当前个番石榴中的最大一个在前个之中时，此时，

因此，

令，求导得，由，得，

当时，，当时，，

即函数在上单调递增，在上单调递减，

则，于是当时，取得最大值，

所以的最大值为，此时的值为.

【点睛】方法点睛：全概率公式是将复杂事件*A*的概率求解问题转化为在不同情况下发生的简单事件的概率求和问题.