

高中数学教育中如何培养学生的数学核心素养

——王尚志教授访谈录

路江江, 王亚妮

(西北师范大学 教育学院, 甘肃 兰州 730070)

摘要: 数学核心素养是《普通高中数学课程标准(2017年版)》一个特别突出的亮点, 数学核心素养是学生在接受教育过程中, 逐步形成的具备数学本质特征而适应个人终身发展和社会发展需要的关键能力与思维品质. 发展学生数学核心素养的途径, 其一是学习数学的过程; 其二是运用已有的知识建构体系并解决问题的过程. 教师需要进行教学改变, 重视过程、转变角色、改变教学方式. 数学核心素养是一个有机的整体, 渗透在几乎所有的知识、技能中, 其中数学建模素养的培养有两个重要特点: 一是需要具体实例去实践; 二是需要教师去学习. 数学核心素养的评价就是对学生形成这6种核心素养能力的评价, 在考查知识、技能的同时关注学生数学核心素养的达成.

关键词: 数学核心素养; 培养; 教学活动

中图分类号: G40-03 **文献标识码:** A **文章编号:** 1004-9894(2021)02-0067-04

引用格式: 路江江, 王亚妮. 高中数学教育中如何培养学生的数学核心素养——王尚志教授访谈录[J]. 数学教育学报, 2021, 30(2): 67-70.

已出版的《普通高中数学课程标准(2017年版)》, 以下简称课标(2017版), 非常注重培养学生的数学核心素养. 那么什么是核心素养? 什么是数学核心素养? 核心素养该如何培养? 在教师视角、学生视角、课程视角、评价及应用视角下分别该如何培养数学核心素养? 带着这些与数学核心素养关系密切的问题, 对普通高中数学课程标准修订组长王尚志教授(以下简称王教授)进行了访谈.

1 访谈内容

1.1 从教师视角如何培养学生的数学核心素养

问: 王教授您好, 课标(2017版)的一个重要特点是突出数学核心素养, 如今数学核心素养已经成为高中数学教育的一个热门话题, 那么对于教师如何在日常教学中渗透数学核心素养的问题, 您怎么看?

王教授: 首先, 我们先回顾核心素养, 通过查阅相关资料、依据党的“十八大”“十九大”关于教育的论述和自身对于修订普通高中数学课程标准的感悟, 核心素养的目标是将以人为本的教育理念落地生根, 实实在在地落实到人^[1-3]. 林崇德教授及其团队描述为: 核心素养是学生在接受相应阶段的教育过程中, 逐步形成的适应个人终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力^[4]. 那么什么是数学核心素养? 数学核心素养是学生在接受教育过程中, 逐步形成的具备数学本质特征而适应个人终身发展和社会发展需要的人的关键能力与思维品质. 换言之, 数学核心素养不仅存在外显能力, 还存在内在思维品质, 最终潜移默化地留在学生身上.

其次, 如何让学生留下数学核心素养? 一个是学习数学

的过程; 另一个是运用已有的知识建构体系并解决问题的过程, 包括数学方法、数学思想等. 对于数学学习过程, 课标(2017版)明确提出要达成的目标: 数学四基, 包含基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验^[5]. 学生在数学学习过程中能够提高自身的本领, 即在掌握知识、掌握技能、掌握思想和积累经验的过程中去提升数学核心素养; 对于运用数学知识解决问题, 课标(2017版)清晰提出达成的目标是4种能力, 即发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力. 在解决问题过程中, 学生能够掌握本领, 潜移默化地发展数学核心素养. 例如直观想象的培养, 是利用几何图形描述问题、分析数学问题, 建立形与数的联系, 构建数学问题的直观模型探索解决问题的思路, 其中运用图形是手段. 学习三视图时, 有些题目需要学生将三视图还原, 教师可引导学生在工具选取、知识输出时借助特殊或者基础模型(长方体或正方体), 让学生将正视图、俯视图及侧视图分别置于特殊模型内, 可增强教学的直观性, 让学生通过直观感知做出此类型的题目. 著名数学家希尔伯特说: “如果要指导学生使用图形方式来描述和反映问题, 就要掌握使用图形方式来寻找问题化解的方法.” 教师引导学生去认识和理解点线面及其位置关系、度量关系、探索未知的结果、发现证明的思路等. 学生会感受到长方体对学习数学的重要性, 视之为学习中不可或缺的图形, 也会慢慢养成探索的习惯.

最后, 教师该如何在教学中渗透? 除数学学习和问题解决外, 教师应该设计并且实施合理的教学活动, 深入探究与思考外在能力与内在品质, 涵盖数学抽象、逻辑推理、数学

收稿日期: 2020-10-12

基金项目: 互联网教育数据学习分析技术国家地方联合工程实验室 2019 年校企合作项目——数学个性化推荐系统核心资源开发与应用研究

(5009-0181) 2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

作者简介: 路江江(1996—), 男, 甘肃陇南人, 硕士生, 主要从事数学课程与教学论研究.

建模、直观想象、数学运算、数据分析的本领。学生数学核心素养的形成和发展,本质上是学生自己外在能力与内在品质相互作用的结果,要做到这一点,就必须设计并且实施合适的教学活动。例如,解决一个函数问题或解答一个函数题目时,解决问题思想的理解深度是有差异的。前者属于外在能力范畴,学生把握数学知识的本质,记忆或模仿可以帮助解决问题;后者反映出内在思维品质,学生在掌握知识、技能的同时理解知识的本质,感悟知识中所蕴含的数学基本思想,积累数学思维和实践经验等内在、连续地发挥相应作用,在这个过程中教师可有效地促使学生形成和发展数学核心素养。

问:数学核心素养提出后,教师教学中需要有哪些改变?

王教授:第一是重视过程。注重过程,从而重视知识的深度,进一步重视素养,这是一个循序渐进的过程。概念形成的过程即为数学抽象的过程。例如,三角函数概念形成的过程,第一个抽象是从常量到变量;第二个抽象是坐标代替比值;第三个是弧度代替角度,于是形成对三角函数比较完整的认识,既可以是实际中变量与变量的依赖关系,又可以用直角坐标系的图形来描述,还反映“静态”到“动态”的变化,“平面图形”到“平面直角坐标系”的过渡,提供了用代数方法研究几何的思路。

第二是转变角色。教为主转向学为主,教师引导学生建立知识体系。例如一元二次方程模型。建立概念,会列方程,会解方程,会讨论解的意义,学生在探究与思考中会发现所有的方程都是如此,如果教师能够引导学生对于所有的问题都重视此过程,则学生遇到新问题时必然会经历类似的思考。无形中数学建模解决问题的过程会融入到学生思想里,渗透在脑海中,知识的建构和解决问题的能力也会逐步完整。

第三是改变教学方式。重视主题教学、深度学习。从更大视角、更高位置、用基本思想、经验、方法进行整体教学设计和教学实施。例如,一个典型跨章节的主题——数学距离问题,立体几何的学习涉及距离,解析几何、向量几何的学习也会涉及距离,将所有涉及数学距离的问题及其应用作为一个主题,进行整体教学设计,分章、分节实施教学。

问:对于学生而言,正从知识时代迈向素养时代,课堂教学从双基到三维目标再到如今明确提出核心素养,那么您认为教师该如何利用好新教材,培养学生的数学核心素养呢?

王教授:数学核心素养与传统数学教育是一脉相承、与时俱进的,如今,只不过是把数学核心素养放在一个更加突出的位置。虽然之前未提及数学核心素养,但是优秀的老师已经常将其渗透在教学中并且帮助学生掌握相应核心素养的知识体系。数学学习过程中,学生会认为有些老师优秀,学习数学有趣并且自身的知识水平及思维认知会提高是

因为教师在培养和发展学生的数学核心素养。之前的核心素养不成体系、不自觉以及不系统,最新颁布的课程标准明确提出核心素养并进行梳理,形成理论体系,形成相应系统,旨在引导和鼓励所有的老师都去实施。教材是课程实施过程中教师教学和学生学习的重要依据和文本资源,无论是新教材,还是旧教材,优秀的教师已经在自觉或不自觉地去这件事,只是新教材会比旧教材更加有意识地去将其渗透、将其明确。教师应以教材为课程的重要载体,灵活使用新教材,熟悉新教材,揣摩教材编写意图,在使用教材时需要特别关注新增内容,如,数学文化的渗透、教材中绘图软件的推荐、数学小故事和历史背景等;教师应该对教材内容充分理解的基础上科学合理、灵活有效地发挥各栏目、各板块的作用,提高教材使用能力,高效引导学生学习^[6];教材作为实施课堂教学的重要资源,在教学中发挥着重要作用,教师要用好教材中设置的各种问题,善于合理利用教材中的这些问题,训练学生的意识和能力;教师应重视学生在教材使用过程中理解数学的本质及趣味,引导学生去阅读相关材料,对数学产生好奇心,以“合并同类项与移项”一节课为例,通过公元825年,中亚细亚阿拉伯数学家阿尔—花拉子米写了一本代数书《对消与还原》中的“对消”“还原”的思考来引入本课,让学生一起探索本节课的重难点。但新教材并不是完美无缺或十全十美的,还是需要不断地去修改,去完善,共同学习,教材是教学的重要参考,学习的难度并不体现在对高深内容的探究,而是要让学生们可以从数学应用的层面获得方法和突破。就数学运算而言,其主要包括:理解运算对象,掌握运算法则,探究运算方向,选择运算方法,求得运算结果,这个过程理解起来并不复杂,但其中探究运算方向和选择运算方法两个环节对学生的数学抽象、知识储备、数学建模、逻辑推理、数学分析的要求都非常高,这就需要学生以教材为桥梁,整合发展数学思维,数学教学中要发展学生的核心素养,必须以教材为起点,开展有效引导。在教学中教师要善于从学生的认知基础出发,引导学生去学习和发现,通过训练让学生掌握运算法则并可以灵活选择运算方法^[7]。以“函数的单调性”一节课为例,在教学中教师就可以让学生们在函数认知的基础上自学教材,接着教师引导学习和发现,虽会出现间断的理解,但可使学生有效地学习。因为理解和学习是一个由浅入深的过程。

1.2 从学生视角如何发展数学核心素养

问:数学核心素养注重的是学生的品格与能力,如今课堂改革发生了新一轮的变化,您认为现阶段是否需要同时培养高中生的6个数学核心素养,能举一两个具体的实例吗?

王教授:数学核心素养是推动学生发展的品格和能力。核心素养渗透在几乎所有的知识、技能中,6个核心素养具有整体性,是一个有机关联的整体,其中每一个素养具有自身的独立性,相互交织,相互渗透,在数学学习过程中,在发现与提出、分析与解决数学问题中,各自在不同的环节

发挥不同的作用,需要在不同知识中注重侧重点,因此6个核心素养应该同时培养.例如,有些知识对一些素养的发展提供的机会多,有些可能对另一些素养体现的更加充分.另外,数学中的6个核心素养,没有先后顺序,数学的每一个核心素养都有其自身独立性.在数学学习、研究、应用中,抽象、直观、推理、模型自始至终发挥着作用,数学运算和数据分析有着特殊的意义.数据分析属于特殊的数学建模,数学运算可以看作是特殊逻辑推理——演绎推理,在培养学生信息技术能力中,显现出越来越重要的作用,成为不可或缺的素养.数据分析也是极具时代特征的数学核心素养,进入大数据时代,它的作用更为突出.

例如,三角函数概念的形成,在学习之前明白学习三角函数的基础是什么,追溯到初中已经学过三角函数 $\sin x$ 、 $\cos x$ 、 $\tan x$,初中是如何学习的三角函数,即给定一个直角三角形,已知三条边、三个角,用边与边的比例关系来刻画它所对应的角的大小,因此在初中对三角函数的认识学习中,是一个静态的认识,它停留在我们常说的常量的数学范畴内.比如,三角形直角边与斜边的比值,若比值为二分之一,相应地得出直角边所对应的角是 30° ;而对于不特殊的角定义也是依然如此,任意一个角度,在初中三角函数的理解和认识中没有变动的想法.但在高中的学习中,起初建立三角函数的概念,第一个则是要让学生在初中学习三角函数的认识与理解中动起来,把变化渗透进去,因而出现了单位圆,但是该如何进行变化呢?有两种方案,方案一,假设三角形直角边不变,斜边发生变化,随着角的变化,斜边逐渐发生变化,让学生动手操作,得出斜边随着角度的变化而逐渐变化,进一步明白 $\sin x$ 随比例不断变化;方案二,假设三角形斜边不变,直角边变化,得出单位圆.这就是一个抽象的过程,于是我们就得到了 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 的三角函数,一个带有变化的三角函数的概念.紧接着又产生一些疑惑,这两种方案都可以表示 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 的三角函数,哪种更优呢?更优的依据又是什么?一个理由则是简单容易理解,另一个则是能不能把 $0^\circ \sim 90^\circ$ 的三角函数的学习推广到一般情况,所以一步一步推广就形成了三角函数的概念,形成了对函数全面的认识.抽象的数学概念一步一步进入学生的原有概念中,学生在这之间掌握的不仅仅是知识、技能等,而是知识形成过程的一种理解和认识,每一个数学概念都有可能经历这个过程,尤其是重要的数学概念.

1.3 从课程视角如何培养数学核心素养

问:如今数学建模成为一个核心关键词,既是核心素养之一,也是必学的知识点之一,之前学习中不关注此内容的学习,如今趋于课程综合化,教师和学生该如何进行该部分的学习呢?

王教授:教师和学生应先经历特殊到一般的学习过程,数学建模是一种运用数学知识、技能解决问题的一种基本思路,数学建模有两个重要特点:其一是需要具体实例去实践;

其二是需要教师去学习,包括对于建模清晰地认识、理解学习建模的意义,如何帮助学生提高能力与水平.数学建模的产生包括文化情境、生活情境、科技情境等实际情境,主要以上课的方式集中学习,包括室内学习和课外教学实践,养成学生在数学学习中重视应用的习惯,从而教师能进一步关注学生学习数学建模的细节,是学生建模能力提升的重要举措.第一,教师和学生在学习中能否自觉地把数学与实际问题有机结合,属于数学建模的高级阶段;第二,把实际问题转换成数学的问题,是否能转换;第三,若能转换则尝试建立数学模型,与学生合作交流、分析和解决问题,得到数学的结果;第四,验证结果,如果不符合实际,则需要修改问题、模型或解决的过程,直到得到符合实际的结果.这是一个不断创新的过程,也满足了现阶段把数学建模与数学探究活动设置为课程内容的主线的方案.

1.4 从评价及应用视角如何培养数学核心素养

问:评价在数学教学中起着至关重要的作用,数学核心素养提出后对于高中生评价的指标和体系应如何进行呢?

王教授:课程标准中包括两个标准,一个是学业质量标准,一个是内容标准.其中学业质量标准是为实施高中生评价的指标和体系,为了做好学业质量标准,需要实证研究,即首先要出题,其次要回答如何出题,最后要回答题目能否考出核心素养和如何评价学生的核心素养.其中一个重要的原则是体现数学的价值和理念.数学是思维体操,能促进学生形成好的思维品质;数学是“有用的”,可以帮助我们发现和解决自然和社会中的问题;数学水平高低反映了人的智力水平,因此几乎每一种考试都会设置数学问题.前两个数学价值更为基础.在这方面,数学考试、评价也有很多需要改进之处,例如,最重要的思维基础是对重要的数学概念的认识和理解,而在考试和日常评价中,考查、评价对概念认识、理解问题是很少的.因此,数学核心素养的评价就是对学生形成这6种数学核心能力的评价^[8].既然是讨论能力,必然要回到“能力”与“知识”的历史纷争^[9].

问:课程标准建立完成后与高考的拟合度能达到多高?课程标准是高考命题的依据,那么您认为高考当中如何去体现课标的要求,高考中对于核心素养又应该如何考查呢?

王教授:目标拟合度要接近于100%,高考应该努力体现课程标准的要求,高考是连接基础教育和高等教育的桥梁和纽带,应该主动契合课程标准,更加突出、更加明确、更加准确地提出高考对学生核心素养考核要求,把核心素养作为考查的重要方面,实现从知识基础、技能、能力到核心素养为出发点的转变,使高考成为助推学生核心素养发展的重要应用途径.目前面临的最大的挑战是如何在高考中考出数学建模味强的试题,为了应对这个挑战,北京师范大学成立了一个数学建模教育研究中心,其中一项重要的任务就是希望在这方面有所突破,另一个重要的任务是建立资源,指导教学,制定评价标准,出好试题,从而为高考的命题者开拓

思路. 我们现在强调情境, 在试题里面一些有情境的题, 就比没有情境的要进步一点. 如果有情境的题能和知识体系结合得更自然, 结合得更紧密就更好了. 因此这是一个发展的过程, 任何人不能够在短期内做得尽善尽美, 所以对于命题者而言, 可能也特别希望能够和实际结合得紧密一些, 但是由于水平、能力等方面的局限性, 短时间达不到期望的效果. 目前我们现在正在写一本书, 会将出的题和如何去评价详细给出, 例如, 在数学考试评价中, 很少有考查对重要数学概念理解的问题等.

2 访谈小结

两个小时的访谈, 王教授用朴实、通俗、易懂的语言解释了数学核心素养的内涵, 并阐述了很多有关培养核心素养的教育理念以及从教师视角、学生视角、课程视角、评价及应用视角分别阐述了培养数学核心素养的途径和方法, 提出了许多精辟、可行的建议, 他认为:

核心素养的潜台词就是强调过程^[10], 原来在教学中也强调过程, 但是没有引起大家足够的重视, 但一部分优秀教

师肯定是在教学的过程中重视学生学习的过程, 而如今更是隐含在 6 个核心素养当中. 课标 (2017 版) 和 2003 年实验版课程标准内容设置上有一些较大的区别, 比如数学建模, 2017 版要以落地为标准, 实验版只是倡导为目标; 这次提出如何把握整体, 提出课程主线, 整体也要落地; 主线、主题、核心知识要比原来明确得多, 实验版只强调整体把握课程^[11]. 考试是最典型的一个要求, 高考已经在慢慢变化了, 教育部在文件里明确要求不再设置考纲, 以课程标准为依据出题, 这是从“应试”教育模式转向“全面育人”的一项重要举措. 教育没有什么时刻开始, 它是循序渐进的一个过程. 教育的变化, 很大方面是被动的, 科学技术、社会的发展促使教育的变化. 教育的变化不是说教育在变, 而是整个社会在变, 教育属于其中的一部分, 那必然要随之变化, 考试又是教育的一部分, 必然也要随之变化.

致谢: 感谢西北师范大学教育学院吕世虎教授的指导与帮助.

[参 考 文 献]

- [1] 史宁中, 林玉慈, 陶剑, 等. 关于高中数学教育中的数学核心素养——史宁中教授访谈之七[J]. 课程·教材·教法, 2017, 37(4): 8-14.
- [2] 习近平: 决胜全面建成小康社会夺取新时代中国特色社会主义伟大胜利——在中国共产党第十九次全国代表大会上的报告[EB/OL]. (2017-10-27) [2020-06-10]. http://www.gov.cn/zhuanti/2017-10/27/content_5234876.htm.
- [3] 中华人民共和国教育部. 教育部关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见[EB/OL]. (2014-04-08) [2020-06-10]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A26/jcj_kcjcgh/201404/t20140408_167226.html.
- [4] 核心素养研究课题组. 中国学生发展核心素养[J]. 中国教育学刊, 2006(10): 1-3.
- [5] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2018: 75-79.
- [6] 邵光华, 张妍. 人教 A 版高中数学新教材特色分析及使用建议[J]. 课程·教材·教法, 2019, 39(12): 109-114.
- [7] 吴亮奎. 我国教师的教材素养及其面临的时代要求[J]. 当代教育与文化, 2018(7): 58-63.
- [8] 喻平. 数学核心素养评价的一个框架[J]. 数学教育学报, 2017, 26(2): 19-23, 59.
- [9] 程华. 从数学核心素养培育看教师专业能力提升[J]. 数学通报, 2019, 58(5): 14-17, 59.
- [10] 吕世虎, 吴振英. 数学核心素养的内涵及其体系构建[J]. 课程·教材·教法, 2017, 37(9): 12-17.
- [11] 洪燕君, 周九诗, 王尚志, 等. 《普通高中数学课程标准(修订稿)》的意见征询——访谈张奠宙先生[J]. 数学教育学报, 2015, 24(3): 35-39.

How to Develop Students' Mathematical Key Competencies in High School Mathematics Education

—An Interview with Professor WANG Shang-zhi

LU Jiang-jiang, WANG Ya-ni

(College of Education, Northwest Normal University, Gansu Lanzhou 730070, China)

Abstract: Mathematical key competencies are a special highlight of revising the standards of the mathematics curriculum of high school in 2017. Key mathematical ability lies in the thinking quality of those who understand the essential characteristics of mathematics and adapt to the needs of individual life-long and social development. There are two ways for students to acquire the mathematical key competencies: one is in the process of learning mathematics, and the other is in the process of constructing systems and solving problems. Correspondingly, teachers need to make teaching changes, pay attention to the process, change their role, and change their teaching methods. Mathematical key competencies represent an organic whole, permeating almost all knowledge and skills. Training in mathematical modeling has two important characteristics: one is the need for specific examples with which to practice; the other is the need for teachers' learning. The evaluation of mathematical key competencies is based on the evaluation of forming these six kinds of mathematics core competence for students. The mathematical key competencies should be paid sufficient attention while students' knowledge and skills are investigated.

Key words: mathematical key competencies; cultivate; pedagogical practices

[责任编辑: 周学智、陈隼]