

单元教学的整体设计与课时实施^①

——以“圆锥曲线”单元教学为例

曾 荣

(南通市教育科学研究院 226001)

单元教学有利于整体规划学生核心素养的发展,有利于借助于大背景、大问题、大思路、大框架进行高观点统领、思想性驾驭、结构化关联,能有效规避传统的课时教学整体感不强、知识分解过度、学习碎片化、教学效益低下的现象。但数学单元教学不是不要课时教学,它应该在核心素养和课程目标的指引下,设计单元教学目标和课时教学目标,使之成为一个前后联系、相互支撑的整体。本文结合“圆锥曲线”的教学谈数学单元教学的整体设计与课时实施。

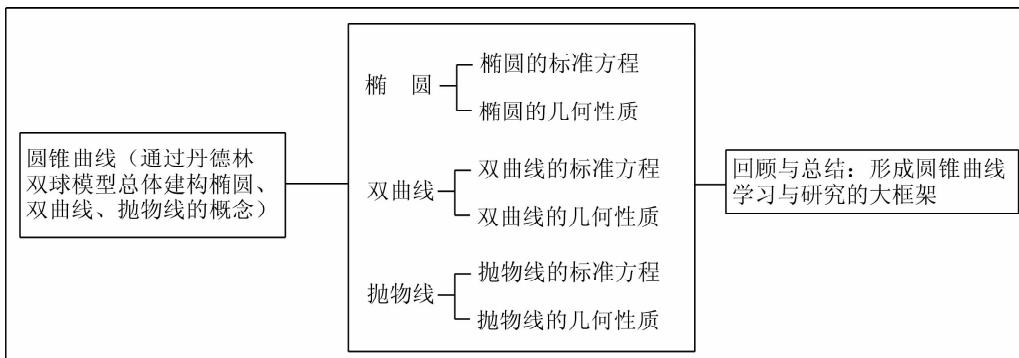
1 单元教学的整体设计

单元的学习任务一般都有一个明确的主线,这个主线可以是外显的知识技能,也可以是内蕴于知识学习过程中的思想方法或学科素养。因此,一般又可根据学习主线的类型将学习单元分为两类:以知识技能为主题的学习单元和以思想方法或学科素养为主题的学习单元^[1]。

1.1 基于知识技能为主题的单元教学的整体设计

《普通高中数学课程标准(2017年)》指出:通过高中数学课程的学习,学生能获得进一步学习以及未来发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验(简称“四基”)^[2]。知识技能不等于数学素养,但却是发展数学素养的有效载体。现阶段教科书基本是以外显的知识为明线组织的,因此,教科书中自然的章节就是天然的单元。

圆锥曲线部分包含椭圆、双曲线、抛物线,从知识技能角度看,三者的知识结构相近,知识间存在内在的必然联系,具有统一性。现行苏教版教科书采用了“总——分——总”的方式,把三者整合在一起。教材先通过丹德林双球模型总体建构椭圆、双曲线、抛物线的概念,引出大单元的学习内容。然后分三个小单元进行学习,每个单元的研究结构是一致的,均从标准方程和几何性质两个方面展开研究。最后在知识学习的基础上,进行单元总结回顾,形成圆锥曲线学习与研究的大框架。教科书的整体设计如下:



^① 本文系江苏省中小学数学教研课题《基于高中数学学业测评的微专题教学的实践与研究》[课题编号:2017JK12-L131]的研究成果。

1.2 基于思想方法或学科素养为主题的单元教学的整体设计

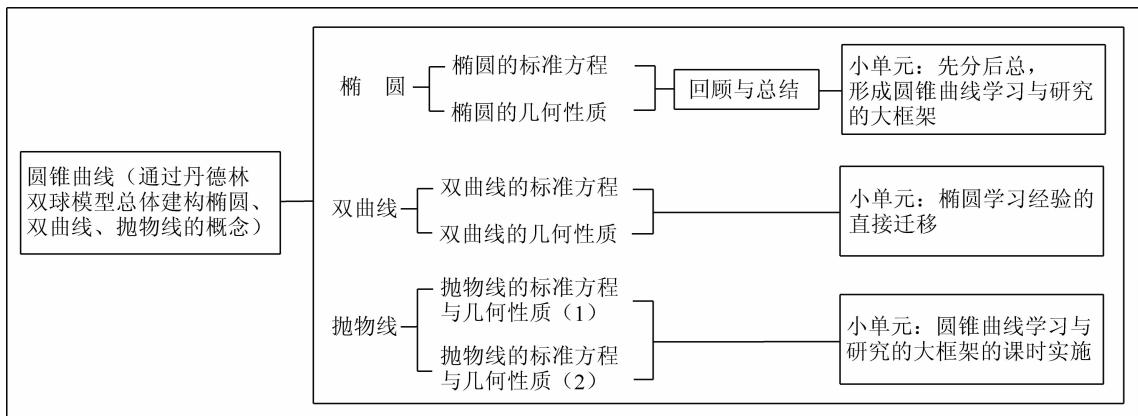
数学学习的核心是思维方法的学习,适时地以思想方法进行单元教学的整体设计,用高观点、思想性去引领学生的学习,更有利于学科素养的提升。

对于圆锥曲线的学习,知识的内在统一性是一条明线,内隐的用代数的方法研究几何,深刻认识数和形的辩证统一是一条暗线。实际教学时,我们可以基于思想方法视角对传统的知识单元进行重整,更为上位地认识学科知识。重整后的三个小单元的做法和目标各不相同,层层递进。

椭圆小单元:采用先分后总的形式,在课时学习的基础上及时回顾总结,形成圆锥曲线学习与研究的大框架。

双曲线小单元:将椭圆小单元的学习经验直接迁移到双曲线的小单元学习之中,进一步深化对解析法的认识。

抛物线小单元:在椭圆、双曲线的学习基础上,用圆锥曲线学习与研究的大框架引领抛物线的标准方程和几何性质的学习。实际教学时可以以开口向右的抛物线为例,将抛物线的标准方程和几何性质作为一个整体进行研究。单元教学的课时实施同样需要整体建构。



2 单元教学的课时实施

钟启泉教授认为,“核心素养—课程标准(学科素养/跨学科素养)—单元设计—课时计划”是环环相扣的教师教育活动的基本环节。单元设计下的课时教学不同于传统的以知识传授为主的学习,强调将教学内容置于整体内容中去把控,更多地关注教学内容的本质及其蕴含的数学思想。

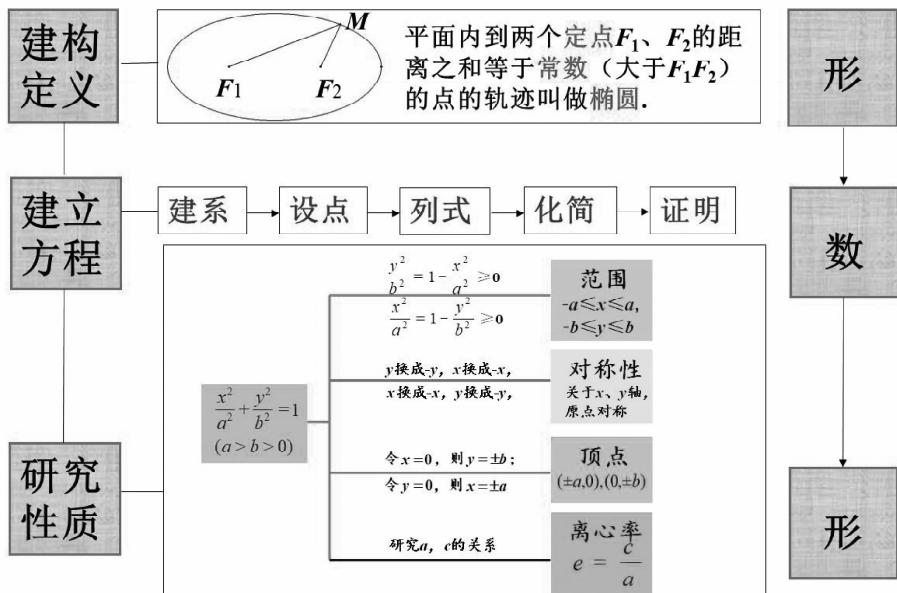
2.1 以思想方法为主题的单元教学的课时分配

| | 内容 | 学习课时 |
|--------------|----------------------------|----------|
| 圆锥曲线 | 通过丹德林双球模型总体建构椭圆、双曲线、抛物线的概念 | 1 |
| 小单元 1: 椭圆 | 椭圆的标准方程 | 2(含巩固练习) |
| | 椭圆的几何性质 | 1(含巩固练习) |
| | 回顾与总结 | 1 |

| | 内容 | 学习课时 |
|---------------|------------------|----------|
| 小单元 2: 双曲线 | 双曲线的标准方程 | 1 |
| | 双曲线的几何性质 | 2(含巩固练习) |
| 小单元 3: 抛物线 | 抛物线的标准方程与几何性质(1) | 1 |
| | 抛物线的标准方程与几何性质(2) | 2(含巩固练习) |

2.2 在小单元学习的基础上形成学习与研究的大思路、大框架

单元设计下的椭圆小单元学习,希望在椭圆的标准方程和几何性质的研究基础上,通过及时回顾总结,形成如下的圆锥曲线学习与研究的大框架。



2.3 在大思路、大框架引领下的单元课时学习

【课例】抛物线的标准方程与几何性质(1)

学习目标

- 通过实验操作, 经历从具体情境中抽象出抛物线模型的过程, 掌握它的定义.
- 通过建立直角坐标系, 根据抛物线的定义建立标准方程, 能根据已知条件求开口向右的抛物线的标准方程、焦点坐标、准线方程, 并能根据抛物线的标准方程研究抛物线的几何性质.
- 在已有经验(椭圆、双曲线的标准方程及其几何性质)的基础上, 进一步感悟解析几何的研究方法, 体会数形结合的数学思想.

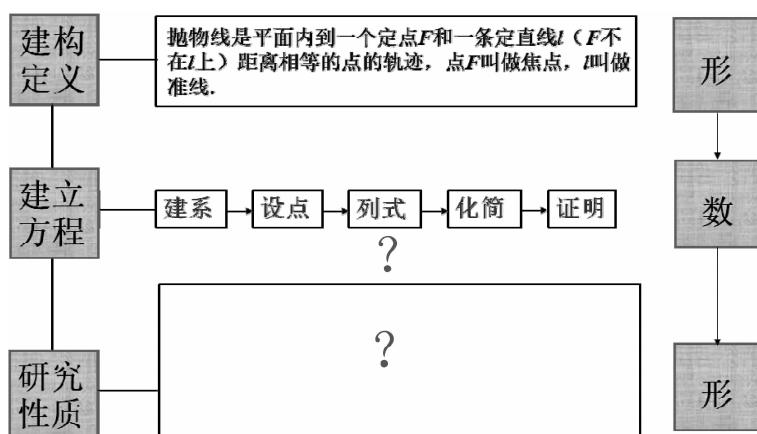
学习过程

1. 问题情境

问题 1. 在前面的椭圆学习中, 主要研究了哪几方面的内容? 结合椭圆的研究经历, 请你谈谈你对解析几何研究方法的理解.

问题 2. 对于抛物线的学习, 你的研究思路是怎样的?

【设计意图说明】回顾椭圆小单元的研究历程, 通过数学情境进行方法引领, 用圆锥曲线学习与研究的大框架引领本节课抛物线的标准方程和几何性质的学习, 确定本节课的研究思路.



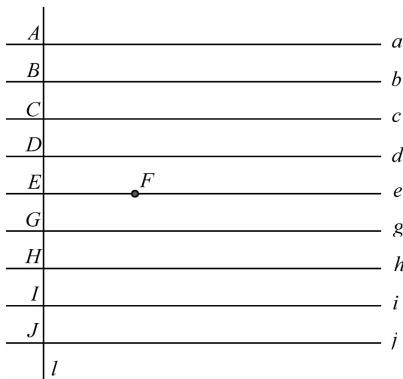
2. 学生活动

各直线, 垂足分别为 $A, B, C, D, E, G, H, I, J$.

【实验操作】如图, 已知直线 $a, b, c, d, e, g, h, i, j$ 为一系列相互平行的直线, 直线 l 垂直于

点 F 为直线 e 上一定点, 且点 F 在直线 l 外.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>



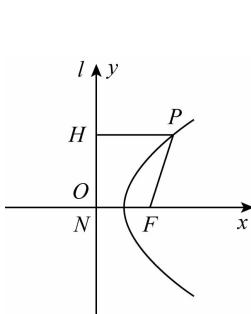
折叠纸张,使点 $A, B, C, D, E, G, H, I, J$ 分别与点 F 重合,纸张的折痕分别与 $a, b, c, d, e, g, h, i, j$ 相交于点 $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, G_1, H_1, I_1, J_1$. 请用光滑的曲线将点 $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, G_1, H_1, I_1, J_1$ 连接起来,观察所得到的曲线.

【分析思考】曲线上点具有怎样的几何特征? 形成的是怎样的特殊曲线?

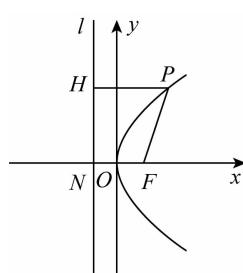
【设计意图说明】虽然在章节起始课已通过丹德林双球模型介绍了抛物线的概念,但这样的学习更多的是起到整体建构、目标引领作用,还需要适时强化,螺旋上升. 为此,安排这样的一个实验操作,深化对抛物线概念的理解,同时为后续的标准方程的推导做好铺垫工作.

3. 数学建构

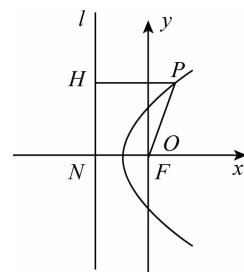
活动 1. 抛物线标准方程的推导:让学生选择(建立)适当的坐标系,根据抛物线的定义,列出等式,用坐标表示等式中的量,并对所得方程进行简化,得到抛物线的标准方程(开口向右,焦点在 x 轴上).



【方案一】以 l 为 y 轴,过点 F 且垂直于 l 的直线为 x 轴建立直角坐标系.



【方案二】取过点 F 且垂直于 l 的直线为 x 轴, x 轴与 l 交于 N ,以线段 NF 的垂直平分线为 y 轴建立直角坐标系.



【方案三】以定点 F 为原点,过点 F 且垂直于 l 的直线为 x 轴建立直角坐标系.

【设计意图说明】有了椭圆、双曲线标准方程的推导经历,研究抛物线标准方程的推导也就顺理成章了. 结合不同的建系方式,让学生自主探究,感受数学的统一之美、简洁之美.

活动 2. 抛物线几何性质的发现

【思考 1】比较抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的标准方程,你认为它们有什么异同点?

【思考 2】根据抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的标准方程,你认为抛物线具有怎样的几何性质? 为什么?

【设计意图说明】结合图形特征研究抛物线的概念,在概念的基础上通过“建系——设点——列式——化简——证明”的方式研究抛物线的标准方程,并进而通过方程研究抛物线的几何性质,感悟“数——形——数”的辩证统一之美. 教学时,对教学内容作了必要的调整,仅研究开口向右的抛物线,但将标准方程与几何性质一起研究,更能凸显单元教学的整体性.

4. 数学运用

例 1 请根据下表所给的信息填空.

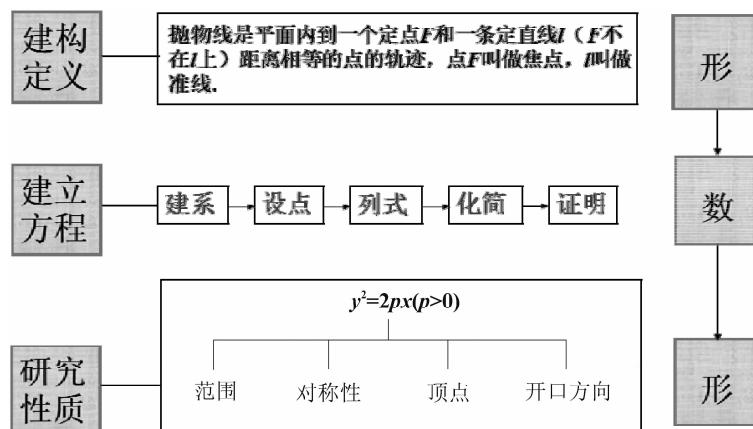
| 图形 | 标准方程 | 焦点坐标 | 准线方程 |
|----|------|------|------|
| | | | |

| 图形 | 标准方程 | 焦点坐标 | 准线方程 |
|----|-------------|--------------------|-------------------|
| | $y^2 = 16x$ | | |
| | | $(\frac{1}{2}, 0)$ | |
| | | | $x = \frac{1}{3}$ |

例2 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点到焦点的距离为5,求这点的坐标.

【设计意图说明】例1通过表格的方式进行训练,信息量大,且这样的设计更能体现整体性、联系性.例2要求学生适当转化,考查了学生对抛物线定义的理解.

5. 回顾反思



【设计意图说明】本节课始以思想方法的引领,终以思想方法的总结,让思想方法的主线贯穿于始终.椭圆的小单元学习采用“分——总”的方式,抛物线的小单元学习采用“总——分”的方式,不同阶段学习的基础不一样,对思想方法理解的层次也不一样,螺旋上升,发展素养.

6. 课外作业

(1)必做题: P47习题2.4 1(1)(3)、6

(2)思考题: 填写下表.

| 图形 | 标准方程 | 焦点坐标 | 准线方程 | 几何性质 |
|----|------|------|------|------|
| | | | | |
| | | | | |

| 图形 | 标准方程 | 焦点坐标 | 准线方程 | 几何性质 |
|----|------|------|------|------|
| | | | | |

【设计意图说明】必做题起到训练巩固的作用,思考题是本节课的延续,体现了单元教学的特点.

从单元到课时,既需要站在高观点、思想性、结构化的视角对教学内容进行整体设计,又需要用思想方法来引领课时实施,只有这样,我们的课堂才能“既见森林又见树木”,才能让核心素养落地生根.

参考文献

- [1]章飞,顾继玲.单元教学的核心思想与基本路径[J].数学通报,2019,58(10):23—28
- [2]中华人民共和国教育部制定.普通高中数学课程标准(2017年版)[M].北京:人民教育出版社,2018